

Основные подходы к оценке математической грамотности учащихся основной школы

Введение

Методологической основой мониторинга формирования и оценки функциональной грамотности было выбрана концепция международного исследования PISA (Programme for International Student Assessment), целью которого является оценка подготовки 15-летних учащихся по шести направления, одним из которых является математика.

Оценка математической подготовки 15-летних учащихся в исследовании PISA основана на следующем определении математической грамотности: «Математическая грамотность – это способность индивидуума проводить математические рассуждения и формулировать, применять, интерпретировать математику для решения проблем в разнообразных контекстах реального мира.» [5, p.67; 6, p.8]

Содержание, которое организаторы исследования вкладывают в это понятие, фактически сведено к так называемой «функциональной грамотности», которая, по словам А.А. Леонтьева, предполагает способность человека использовать приобретаемые в течение жизни знания, умения и навыки для решения максимально широкого диапазона жизненных задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений [1].

Концептуальные рамки оценки математической грамотности в исследовании PISA

Принятое определение математической грамотности повлекло за собой разработку особого инструментария исследования: учащимся предлагаются не типичные учебные задачи, характерные для традиционных систем обучения и мониторинговых исследований математической подготовки, а

близкие к реальным проблемные ситуации, представленные в некотором контексте и разрешаемые доступными учащемуся средствами математики.

Основа организации исследования математической грамотности включает три структурных компонента:

- *контекст*, в котором представлена проблема;
- *содержание математического образования*, которое используется в заданиях;
- *мыслительная деятельность*, необходимая для того, чтобы связать контекст, в котором представлена проблема, с математическим содержанием, необходимым для её решения.

Контекст задания – это особенности и элементы окружающей обстановки, представленные в задании в рамках предлагаемой ситуации. Эти ситуации связаны с разнообразными аспектами окружающей жизни и требуют для своего решения большей или меньшей математизации. Выделены и используются 4 категории контекстов, близкие учащимся: *общественная жизнь, личная жизнь, образование/профессиональная деятельность, и научная деятельность* [7, с. 29-31].

Математическое содержание заданий в исследовании распределено по четырём категориям: *пространство и форма, изменение и зависимости, количество, неопределённость и данные*, которые охватывают основные типы проблем, возникающих при взаимодействиях с повседневными явлениями [7, с. 23-28]. Название каждой из этих категорий отражает обобщающую идею, которая в общем виде характеризует специфику содержания заданий, относящихся к этой области.

В совокупности эти обобщающие идеи охватывают круг математических тем, которые, с одной стороны, изучаются в школьном курсе математики, с другой стороны, необходимы 15-летним учащимся в качестве основы для жизни и для дальнейшего расширения их математического кругозора:

– *изменение и зависимости* – задания, связанные с математическим описанием зависимости между переменными в различных процессах, т.е. с алгебраическим материалом;

– *пространство и форма* – задания, относящиеся к пространственным и плоским геометрическим формам и отношениям, т.е. к геометрическому материалу;

– *количество* – задания, связанные с числами и отношениями между ними, в программах по математике этот материал чаще всего относится к курсу арифметики;

– *неопределённость и данные* – задания охватывают вероятностные и статистические явления и зависимости, которые являются предметом изучения разделов статистики и вероятности.

По сравнению с более традиционным тематическим подходом к представлению содержания выстраивание его вокруг четырёх обобщающих идей позволяет более широко охарактеризовать результаты, показанные учащимися, с позиций овладения идеями, тесно связанными с сущностью реальных явлений окружающего мира. Уровень овладения этими идеями позволяет предметно оценивать возможности учащихся в использовании полученных знаний в повседневной жизни.

Для описания **мыслительной деятельности** при разрешении предложенных проблем используются следующие глаголы: *формулировать, применять и интерпретировать*, которые указывают на мыслительные задачи, которые будут решаться учащимися:

- формулировать ситуацию на языке математики;
- применять математические понятия, факты, процедуры;
- интерпретировать, использовать и оценивать математические результаты

[7, с. 20-21].

Очевидно, что каждый из этих мыслительных процессов опирается на *математические рассуждения*, поэтому разработчики концепции исследования PISA-2021 использовали те же мыслительные процессы, что и

на предшествующих этапах исследования, но дополнив их рассуждениями. Это означает, что учащимся потребуется продемонстрировать, как они умеют размышлять над аргументами, обоснованиями и выводами, над различными способами представления ситуации на языке математики, над рациональностью применяемого математического аппарата, над возможностями оценки и интерпретации полученных результатов с учётом особенностей предлагаемой ситуации [6, 7].

Помимо уже названных нововведений исследования 2021 г., отметим новые темы, включённые в содержание проверки:

- явления роста, изменений линейного и нелинейного характера; например, потребуется проследить закономерности, проявляющиеся при возведении в степень некоторого числа;

- геометрические преобразования, аппроксимации, разбиения и составления фигур; например, потребуется построить орнамент из заданных фигур по заданному правилу;

- компьютерное конструирование и моделирование, например, потребуется изображать по указанным правилам маршруты на карте;

- принятие решений с учётом предлагаемых условий или дополнительной информации; например, потребуется при покупке некоторого товара учитывать представленное в таблице сообщение, в котором содержится статистика мнений покупателей об этом товаре [7].

Данные концептуальные положения, лежащие в основе исследования математической подготовки учащихся в рамках PISA, целесообразно реализовать и при разработке основных положений «мягкого мониторинга».

Основные элементы содержания, выделяемые для формирования и оценки математической грамотности в 5-х и 7-х классах

С целью выделения основных элементов математической подготовки, актуальных для формирования и оценки функциональной грамотности в рамках «мягкого мониторинга» в 5-х и 7-х классах, а также уточнения

предметных недочётов в математической подготовке российских учащихся, были проанализированы задания в исследованиях PISA-2015 и PISA-2018, результаты выполнения которых оказались ниже средних международных и не превышали 40% [6, 8]. Сопоставление с документами, определяющими содержание математического образования в российской школе [2, 3, 4], показало, что невысокие результаты российских учащихся связаны с недостаточным овладением некоторым обязательным предметным материалом:

– курса математики 5–6-х классов, который не актуализируется в 7–9-х классах (например, действия с обыкновенными и десятичными дробями, проценты, пропорции, отношения);

– той части курса математики 9-го класса, который связан с числовыми последовательностями.

Кроме того, проявились недостатки в овладении следующими метапредметными умениями:

- принимать задачу, представленную в форме, отличной от формы, типичной для российских учебников;
- работать с информацией, представленной в различных формах: текстовой, табличной, графической, а также переходить от одной формы к другой;
- привлекать информацию, которая не содержится непосредственно в условии задачи, особенно в тех случаях, когда для этого требуется использовать бытовые сведения, личный жизненный опыт;
- отбирать информацию, необходимую для решения, в частности, если условие задачи содержит избыточную информацию; удерживать в процессе решения все условия, необходимые для решения проблемы;
- владеть навыками самоконтроля за выполнением условий (ограничений) при нахождении решения и интерпретации полученного результата в рамках ситуации;
- определять самостоятельно точность данных, требуемых для решения задачи;

- использовать здравый смысл, метод перебора возможных вариантов, метод проб и ошибок;

- представлять в свободной словесной форме обоснованный ответ, который определяется особенностями ситуации.

На основе проведённого анализа были выделены умения, на формирование или развитие которых следует обратить внимание при обучении в 5-х и 7-х классах.

5 класс:

- выполнять действия с натуральными числами, с обыкновенными дробями: упорядочение долей, сложение и вычитание несложных дробей;

- выполнять действия с числовыми выражениями; составлять числовое выражение;

- выполнять деление с остатком, иметь представление о делителях и кратных;

- выполнять приближенные вычисления, прикидку и оценку результата вычислений, округлять до указанной разрядной единицы, а также с учётом условий описанной ситуации по недостатку или по избытку;

- распознавать и делать выводы о зависимости между двумя величинами (прямая/обратная); решать задачи на увеличение/уменьшение на/в;

- переводить единицы измерения длины и времени из более крупных в более мелкие и обратно;

- решать задачи методом перебора вариантов;

- читать, заполнять и интерпретировать данные таблиц, столбчатой и круговой диаграмм;

- иметь представление о шкалах; ориентироваться на числовой прямой;

- устанавливать соответствие между реальным размером объекта и представленным на изображении;

- распознавать геометрические формы и описывать объекты окружающего мира с помощью языка геометрии;

– представлять объект по описанию, рисунку, заданным характеристикам; мысленно трансформировать трёхмерную фигуру (реальный объект) в двумерную и обратно, распознавать развертки куба, параллелепипеда;

– складывать фигуры из квадратов, прямоугольников, треугольников, отрезков, разбивать на указанные формы;

–использовать для решения задач простейшие свойства квадрата и прямоугольника;

–иметь представление о площади и периметре, применять формулы нахождения периметра и площади квадрата и прямоугольника;

– проверять истинность утверждений, обосновывать вывод, утверждение, полученный результат.

7 класс:

– выполнять все виды деятельности, указанные для 5 класса, а также:

– сравнивать рациональные числа, выполнять вычисления с рациональными числами, реальные расчёты;

– вычислять проценты (процентное снижение/повышение), пропорции и отношения, масштаб, использовать основное свойство пропорции, пропорциональное увеличение/уменьшение;

– понимать закономерности, составлять последовательности;

– читать графики зависимостей (линейная и нелинейная);

–составлять математическое описание предложенной зависимости в общем виде (в виде выражения/формулы);

– использовать простейшие свойства треугольника, окружности;

– распознавать комбинации различных плоских форм – отрезков, окружностей, полуокружностей, дуг;

– распознавать трёхмерные фигуры: цилиндр, конус, пирамида (элементы фигур, развертки), комбинации пространственных фигур;

– иметь представление о статистических характеристиках – среднем арифметическом, медиане, моде, размахе, наибольшем и наименьшем значении набора данных;

- интерпретировать данные, представленные в таблицах и на диаграммах, на графиках;
- составлять высказывания, проверять истинность утверждений.

Общие подходы к составлению заданий для «мягкого мониторинга»

Выбор направленности мониторинга на развитие и оценку функциональной грамотности учащихся, отвечающей концепции исследования PISA-2021, привел к необходимости изменить подходы к определению содержания и формы проверочных заданий по сравнению с исследованиями, направленными на оценку учебных достижений учащихся. В связи с этим в качестве основы для разработки заданий приняты материалы международного исследования PISA в части оценки математической грамотности (концептуальные рамки, примеры заданий в исследовании PISA-2021, содержание и результаты выполнения российскими учащимися заданий в исследованиях 2003-2018 гг.) [7].

Ниже изложены подходы к составлению заданий, предназначенных для оценки и формирования математической грамотности. Апробация разработанных заданий позволила уточнить некоторые особенности и требования к разрабатываемым заданиям.

1. Учащимся предлагаются не учебные задачи, а контекстуальные, практические проблемные ситуации, разрешаемые средствами математики. Контекст, в рамках которого предложена проблема, должен быть действительно жизненным, а не надуманным. Ситуации должны быть характерными для повседневной учебной и внеучебной жизни учащихся (например, связаны с личными, школьными или общественными проблемами, как это понимается в концепции PISA). Поставленная проблема должна быть нетривиальной, интересной и актуальной для учащихся того возраста, на который она рассчитана.

2. Для выполнения задания требуется холистическое, т.е. целостное, а не фрагментарное, применение математики. Это означает, что требуется

осуществить весь процесс работы над проблемой: от понимания, включая формулирование проблемы на языке математики, через поиск и осуществление её решения, до сообщения и оценки результата, а не только часть этого процесса (например, решить уравнение или упростить алгебраическое выражение).

3. Мыслительная деятельность, осуществляемая при выполнении заданий, описывается в соответствии с концепцией PISA-2021.

4. Для выполнения заданий требуются знания и умения из разных разделов курса математики основной школы, соответствующие темам, выделенным в PISA, и планируемым результатам в объёме ФГОС ООО и Примерной основной образовательной программы, формирование которых осуществляется в 5-х или 7-х классах соответственно.

5. Используется следующая структура задания: даётся описание ситуации (введение в проблему), к которой предлагаются два связанных с ней вопроса.

6. Введение в проблему представляет собой небольшой вводный текст, мотивирующего характера, который не содержит лишней информации, не связанной с заданием или не принципиальной для ответа на поставленные далее вопросы. Введение не должно содержать информацию, которая носит отвлекающий характер. Важно: уровень овладения читательской грамотностью не должен отражаться на проверке математической грамотности.

Информация, сообщаемая в задании, даётся в различных формах: числовой, текстовой, графической (график, диаграмма, схема, изображение и др.), она может быть структурирована и представлена в виде таблицы.

Наличие визуализации обязательно. Оказать помощь учащимся в части мысленной визуализации и погружения в сюжет должны фото и рисунки. Графические средства визуализации математического содержания проблемы окажут учащимся помощь на этапе её моделирования, послужат опорой для проведения рассуждений.

Если введение содержит слова, которые могут быть не известны учащимся, то в нём можно дать краткое пояснение, определение и/или иллюстрацию к ним.

7. Вопрос позволяет раскрыть приведённую ситуацию с определённой стороны. Каждый самостоятельный содержательный шаг фиксируются; все основные элементы выделяются для оценивания.

Для выполнения большинства заданий не требуется делать громоздкие вычисления, что позволяет значительно уменьшить влияние вычислительных ошибок на демонстрацию учащимся понимания изученных понятий, применение способов действий для решения поставленных задач. В целях оптимизации вычислений учащимся разрешается использовать калькулятор.

В большинстве заданий не содержится прямых указаний на способ, правило или алгоритм выполнения (решения), что позволяет проверить, насколько осознанно учащиеся применяют полученные знания.

Для ответа на вопрос задания достаточно информации, представленной в описании ситуации; если для ответа на последующие вопросы требуется дополнительная информация, то она сообщается в формулировке вопроса или отдельно. Например, если для выполнения задания требуется использовать формулы, то они приводятся в качестве справочного материала.

8. Учитывается, что задания предлагаются учащимся на компьютере, и ответы они вносят, используя его клавиатуру. При разработке заданий используются возможности компьютера, позволяющие проводить построение заданных математических объектов, переносить на плоскости заданные объекты, выполнять вычисления с заданными числами и др.

9. Используются задания разного типа по форме ответа:

- с выбором одного или нескольких верных ответов из предложенных альтернатив;
- со свободным кратким ответом в форме конкретного числа, одного-двух слов;

– со свободным полным ответом, содержащим запись решения поставленной проблемы, построение заданного геометрического объекта, объяснение полученного ответа.

Выполнение заданий с выбором ответа и свободным кратким ответом оценивается автоматически, задания со свободным полным ответом оцениваются экспертами.

Ниже приводится общая структура характеристики математических заданий «мягкого мониторинга».

Характеристика задания

1. *Область содержания* (всего 4 данные области): пространство и форма; изменение и зависимости; неопределенность и данные; количество.

2. *Контекст* (всего 4 контекста): общественная жизнь; личная жизнь; образование/профессиональная деятельность; научная деятельность.

3. *Мыслительная деятельность* (всего 4 деятельности): рассуждать; формулировать; применять; интерпретировать.

4. *Объект оценки* (предметный результат): например, чтение графиков реальных зависимостей.

5. *Уровень сложности*: 1, 2 или 3.

6. *Формат ответа*: с развёрнутым ответом; с выбором ответа; с кратким ответом.

7. *Критерии оценивания* (1 или 2 балла): полный ответ – 2 балла, частично верный ответ – 1 балл.

Использование заданий для оценки и формирования математической грамотности

Для достижения целей мониторинга математической грамотности предлагается использовать блок заданий, рассчитанный на 20 минут выполнения. Предлагается такая *структура блока*: 2 задания (сюжета) по 2 вопроса в каждом задании, всего 4 вопроса.

Суммарно в каждый блок входят:

- задания из 2-3-х (из 4-х) областей математического содержания,
- задания из 2-х (из 4-х) контекстов,
- задания из 3-4-х (из 4-х) мыслительных процессов;
- задания трёх видов по сложности: одно лёгкое, два средних, одно сложное;
- задания со следующими критериями оценивания: лёгкое задание оценивается одним баллом, остальные – 2-мя баллами; общая сумма баллов за верно выполненный блок заданий – 7.

В целях формирования математической грамотности задания могут использоваться самостоятельно. В этом случае они могут быть дополнены вопросами, развивающими, уточняющими предложенную ситуацию или являющимися проекцией сюжета на реальную жизнь конкретных учащихся, жизнь класса, проблемы местного социума.

Задания лучше выполнять в парах или группах (это зависит от объёмности задания), тогда у учащихся будет возможность обсудить сюжет, используя «коллективный» опыт, уточнить своё понимание ситуации, возможно, задать вопросы учителю. Это поможет выйти на выявление математической сути задания и адекватно сформулировать на языке математики, найти необходимые способы решения.

Обсуждение полезно и на этапе решения задачи, и на этапе интерпретации полученных результатов, чтобы понять, все ли необходимые условия учтены, можно ли решить иначе, проще, рациональнее, соответствует ли математическое решение контексту ситуации и т.п. Обсуждая с классом результаты выполнения задания, учитель должен акцентировать внимание на трёх моментах: как ситуация была преобразована в математическую задачу; какие знания, факты были использованы, какие методы и способы решения были предложены и обсудить их достоинства; как можно оценить полученное решение с точки зрения исходной ситуации.

Полезно предложить учащимся провести анализ своей включенности в выполнение задания, отрефлексировать весь процесс и зафиксировать:

- какие идеи и соображения возникали, были ли они существенными и плодотворными, учтены ли в решении;
- какие возникли трудности и на каком этапе работы над заданием;
- удастся ли самостоятельно справиться с аналогичной ситуацией, если она повторится.

В целях закрепления формируемых умений в качестве домашнего задания можно предложить аналогичную ситуацию с несколько изменёнными данными. Однако задание может носить и творческий характер: придумать своё задание на основе рассмотренного сюжета.

При определённой системности работы по формированию математической грамотности, можно включать изменённые задания и в контрольную работу в качестве дополнительного задания, не связанного с основной темой. В этом случае, можно осуществлять мониторинг выполнения такого рода заданий.

Литература

1. Леонтьев А.А. Педагогика здравого смысла. Избранные работы по философии образования и педагогической психологии / Сост., предисл., коммент. Д.А.Леонтьева. – М.: Смысл, 2016, 528 с.

2. Примерная основная образовательная программа начального общего образования. Одобрена решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию (протокол от 8 апреля 2015 г. №1/15) [Электронный ресурс] // Официальный сайт. URL: <http://fgosreestr.ru/registry/primernaya-osnovnaya-obrazovatel'naya-programma-nachalnogo-obshhego-obrazovaniya-2>.

3. Примерная основная образовательная программа основного общего образования. Одобрена решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию (протокол от 8 апреля 2015 г. №1/15)

[Электронный ресурс] // Официальный сайт. URL: <http://fgosreestr.ru/registry/primernaya-osnovnayaobrazovatel'naya-programma-osnovnogo-obshhego-obrazovaniya-3/>.

4. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования [Электронный ресурс] // Официальный сайт. URL:<https://fgos.ru/>.

5. OECD (2017), PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematics, Financial Literacy and Collaborative Problem Solving, revised edition, PISA, OECD Publishing, Paris. p. 65-80 (определение – p. 67).

6. OECD (2018), PISA 2021 Mathematics Framework (First Draft), PISA, OECD Publishing, Stockholm, p.46.

7. OECD Governing Board PISA 2021 Mathematics Framework (First Draft), April 2018 [For Official Use], p. 8, 21-22.

8. PISA 2018 Draft Analytical Framework [Электронный ресурс] //Официальный сайт ОЭСР. URL: <http://www.oecd.org/pisa/data/PISA-2018-draft-frameworks.pdf>.

Материалы подготовлены Л.О. Рословой, К.А. Краснянской, О.А. Рыдзе, Е.С. Квитко

Демонстрационный вариант

Диагностическая работа для учащихся 5 классов

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ

ИНСТРУКЦИЯ для УЧАЩИХСЯ

Работа состоит из четырех заданий, каждое задание описывает одну ситуацию. В каждом задании два вопроса. Таким образом, всего в работе 8 вопросов, на которые вам необходимо будет дать ответ.

На выполнение работы отводится 40 минут.

В работе вам встретятся задания с разной формой ответа.

При ответе на вопрос с выбором ответа нужно отметить ответ, который считаете верным, поставив знак «✓».

При ответе на вопрос с кратким ответом записывайте ответ в специально отведенном месте после слов «Ответ», «числовое выражение».

В работе есть вопросы, к которым нужно не только дать ответ, но и записать решение или объяснение. В этих заданиях написано: «запишите решение», «докажите», «объясните».

Желаем успеха!

Выполните задания 1-4.

Задание 1. «Кассовый аппарат». Кассовый автомат используют для пополнения счёта на карте «Проезд на транспорте».

Информация на экране автомата:

Клиент может ежедневно вносить:

- *Купюрами – не более 300 рублей,*
- *Мелочью – не более 30 рублей.*



У Гриши есть 70 рублей мелочью (монеты по 10 р. и 5 р.) – 8 монет, а также 400 рублей шестью купюрами.

Всего у Гриши денег – 470 рублей.

Он пересчитал все монеты и купюры и заполнил таблицу.

Количество монет и купюр



6



2



4



2

Вопрос 1/2. Составьте числовое выражение, которое показывает, что Гриша учел в таблице всю сумму денег.

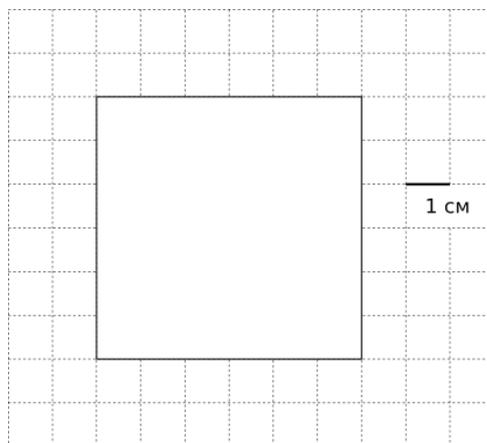


Числовое выражение: _____

Вопрос 2/2. Докажите, что Гриша может за два дня положить на счёт все купюры на сумму 400 рублей. Объясните свой ответ.



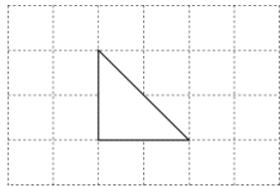
Задание 2. «Кожаная мозаика». В кружке «Кожаная мозаика» ребята делают панно из кусочков кожи. Лена и Маша решили сложить квадрат со стороной 6 см с помощью одинаковых фигур. Лена – из прямоугольников, Маша – из треугольников.



Вопрос 1/2. Запишите в таблице 1, сколько фигур потребуется каждой девочке.



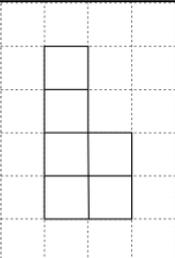
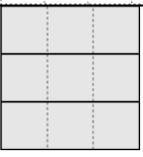
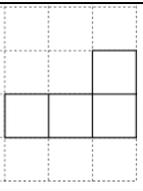
Таблица 1

	<i>Лена</i>	<i>Маша</i>
Форма		
Количество фигур	_____ шт.	_____ шт.

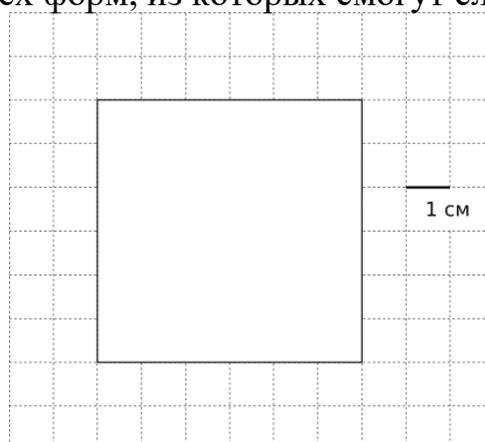
Вопрос 2/2.

На занятии кружка ученики разложили все оставшиеся кусочки кожи по форме, пересчитали их, придумали название каждой форме. Вот что у них получилось.



НАЗВАНИЕ ФОРМЫ	ФОРМА	КОЛИЧЕСТВО ОДИНАКОВЫХ КУСОЧКОВ (ШТУК)
«КВАДРАТ»		36
«МЯГКИЙ ЗНАК»		6
«КРЕСТИКИ-НОЛИКИ»		3
«УГОЛОК»		9

Ребята хотят сложить квадрат со стороной 6 см из одинаковых кусочков. Запишите названия всех форм, из которых смогут сложить такой квадрат.

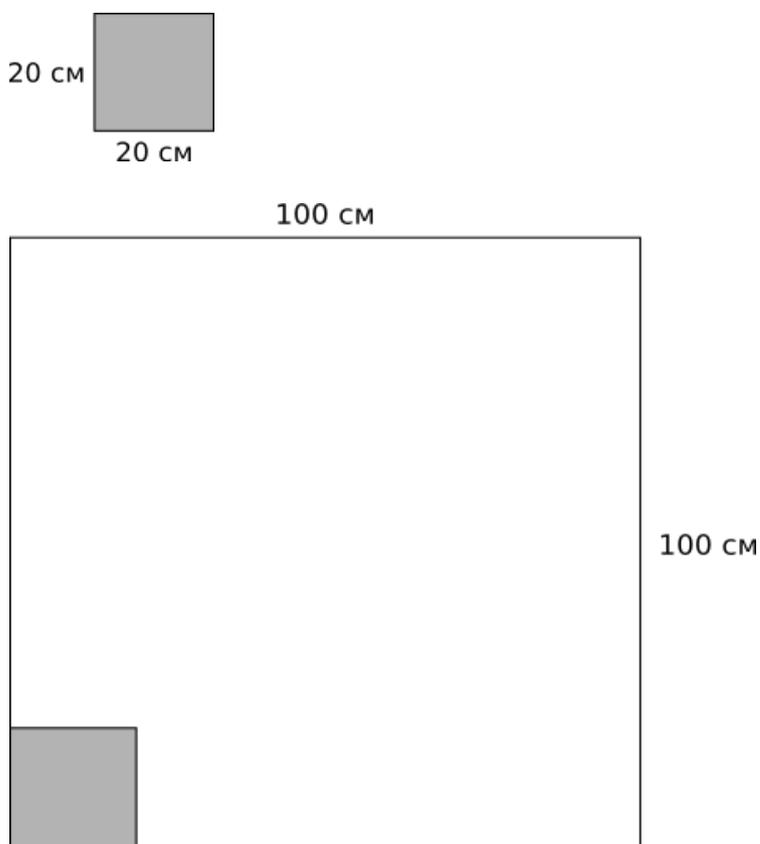


Ответ: _____

Задание 3. «Выкладывание плитки». Витя с дедушкой решили выложить плиткой небольшой участок земли перед крыльцом дома на дачном участке.

Размеры участка земли – 1 м х 1 м (100 см х 100 см).

Они решили купить плитку квадратной формы со стороной 20 см.



Вопрос 1/2. Сколько таких плиток им надо купить?

Выберите и отметьте верный ответ.

- А. 10 000 шт.
- Б. 400 шт.
- В. 100 шт.
- Г. 25 шт.

Вопрос 2/2. В магазине выяснилось, что нет плиток нужного размера, но имеются два вида плиток, которые можно приложить друг к другу и сложить из них плитку размером 20 см x 20 см.



Рассчитайте, сколько плиток каждой формы нужно купить. Для этого заполните следующую таблицу.

Форма плитки	Сколько надо плиток этой формы, чтобы сложить из них плитку размером 20 см x 20 см?	Сколько надо плиток этой формы, чтобы выложить квадратную площадку размером 100 см x 100 см?
10 см  20 см	_____ ШТ.	_____ ШТ.
10 см  10 см	_____ ШТ.	_____ ШТ.

Задание 4. «Багаж в аэропорту». Иван Иванович собирается полететь в отпуск на самолете авиакомпании «Сокол».

Он узнал, что в салон самолета можно взять ручную кладь весом не более 7 кг. Также в стоимость билета входит 1 место багажа весом до 20 кг.

Если у пассажира несколько мест багажа, то на каждое из них можно оформить дополнительное место багажа. Дополнительное место – один предмет весом до 20 кг – стоит 1000 р. Если предмет весом больше 20 кг, то за каждый «лишний» килограмм сверх двадцати нужно заплатить ещё 300 р. (вес округляется в большую сторону до килограмма).



Прибыв в аэропорт, Иван Иванович взвесил каждый предмет своего багажа.



19 кг 900 г



1 кг 800 г



3 кг 900 г



4 кг 500 г

Вопрос 1/2. Какие два предмета может взять с собой в салон самолета Иван Иванович? Запишите в следующей таблице названия этих предметов.



Ручная кладь

Решение 1		
Решение 2		

Вопрос 2/2. Иван Иванович взял в салон самолета рюкзак и ноутбук. Как Ивану Ивановичу поступить с оставшимися предметами? Запишите ответ, объясните его.



Ответ: _____

Объяснение: _____

Математическая грамотность

Характеристики заданий и система оценивания

Демонстрационный вариант диагностической работы для учащихся 5 классов

Задание 1. «Кассовый аппарат». 1 из 2.

Характеристики задания:

- **Содержательная область оценки** - Количество
- **Компетентностная область оценки** - Формулировать
- **Контекст** - Личная жизнь
- **Уровень сложности задания** – 1
- **Формат ответа** – краткий ответ
- **Описание задания** («объект оценки») – выполнение расчетов с натуральными числами; составление числового выражения, соответствующего условию задания
- **Дополнительные характеристики.** Проверяются действия универсального характера: планировать ход решения, упорядочивать действия

Система оценивания

1 балл	Записано числовое выражение подсчёта суммы денег (сумма четырёх произведений), например, $10 \times 6 + 5 \times 2 + 50 \times 4 + 100 \times 2$. Ответ считается верным, если слагаемые записаны в любом порядке, а также сомножители в каждом произведении записаны в любом порядке <i>Пример верного ответа:</i> $5 \times 2 + 6 \times 10 + 50 \times 4 + 2 \times 100$ или $10 \cdot 6 + 5 \cdot 2 + 50 \cdot 4 + 100 \cdot 2$
0 баллов	Другие ответы Ответ отсутствует.

Задание 2. «Кассовый аппарат». 2 из 2.

Характеристики задания:

- **Содержательная область оценки** - Количество
- **Компетентностная область оценки** - Формулировать
- **Контекст** - Личная жизнь
- **Уровень сложности задания** - 2
- **Формат ответа** – развернутый ответ
- **Описание задания** («объект оценки») – выполнение расчетов с натуральными числами; понимание смысла арифметического действия (деление с остатком), прикидка результата
- **Дополнительные характеристики.** Проверяются действия универсального характера: формулировать вывод

Система оценивания

2 балла	<p>Дано объяснение, в котором показано, сколько денег (и какими купюрами) можно положить в первый и сколько во второй день. В итоге из объяснения должно быть видно, что все купюры внесены за 2 дня. Обязательно должно быть указано, что сумма за 2 дня равна 400 р., или это видно из объяснения (см. пример 2).</p> <p><i>Примеры возможного объяснения (ответы детей):</i></p> <p><i>Пример 1.</i> «1 день – 200 р. купюрами по 100р., 2 день – 200 р. купюрами по 50 р, всего 400 р.»</p> <p><i>Пример 2.</i> 1 день – 250 р., 2 купюры по 100 р. и 1 – 50 р., 2 день – остальные 150 р., 3 купюры – по 50 р.</p> <p><i>Пример 3.</i></p> $50 \cdot 4 = 200$ $100 \cdot 2 = 200$ $200 + 200 = 400 \text{ – за два дня}$
1 балл	<p>Объяснение неполное, в нем не упомянуто, какие именно и сколько купюр вносится в первый и во второй день, но сумма за 2 дня составляет 400 р. Кроме того, в объяснении не должно быть неверных утверждений.</p> <p><i>Примеры возможного объяснения (ответы детей):</i></p> <p><i>Пример 1.</i> «За первый день Гриша может положить 300 рублей, а во второй день 100».</p> <p><i>Пример 2.</i> «За два дня можно внести купюрами 400 рублей: 1 день - 250 р., 2 день - 150 р.»</p> <p><i>Пример 3.</i> «1 день – 300 р., 2 день – 100 р., $400 : 300 = 1$ (ост.100). 100 рублей - во второй день».</p> <p><i>Пример 4.</i> «400 р. можно внести за 2 дня: 1 день - 200р., 2 день - 200 р.»</p> <p><i>Пример 5.</i> «В первый день Гриша положит все купюры равные 50, во второй все 100».</p>
0 баллов	<p>Другие ответы. Ответ отсутствует.</p>

Задание 3. «Кожаная мозаика». 1 из 2.**Характеристики задания:**

- **Содержательная область оценки** – Пространство и форма
- **Компетентностная область оценки** - Применять
- **Контекст** - Личная жизнь
- **Уровень сложности задания** - 2
- **Формат ответа** – краткий ответ
- **Описание задания («объект оценки»)** – применение представления о площади, составление данного квадрата из предложенных фигур
- **Дополнительные характеристики.** Проверяются действия универсального характера: представлять мысленно предложенную ситуацию, находить число одинаковых частей, из которых составлено целое, заполнять таблицу

Система оценивания	
2 балла	Ответы: 12 и 18
1 балл	Получен один из верных ответов, а второй не указан или неверный
0 баллов	Другие ответы. Ответ отсутствует

Задание 4. «Кожаная мозаика». 2 из 2.	
<p>Характеристики задания:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Содержательная область оценки – Пространство и форма • Компетентностная область оценки - Формулировать • Контекст- Образование/профессиональная деятельность • Уровень сложности задания –3 • Формат ответа – краткий ответ • Описание задания («объект оценки») – составление квадрата из данных фигур • Дополнительные характеристики. Проверяются действия универсального характера: мысленно моделировать предложенную ситуацию, находить число одинаковых частей, из которых составлено целое, проверять правильность предположения. 	
Система оценивания	
2 балла	Указаны названия двух форм – «квадрат», «мягкий знак» – и не указаны названия других форм
1 балл	Указаны названия трёх форм: две верные - «квадрат», «мягкий знак», одна неверная - «уголок» или «крестики-нолики», которую нельзя использовать для составления данного квадрата («уголок», потому что эта форма не покрывает весь квадрат); «крестики-нолики», потому что этой формы надо 4 штуки, а их осталось только 3).
0 баллов	Другие ответы. Ответ отсутствует.

Задание 5. «Выкладывание плитки». 1 из 2.	
<p>Характеристики задания:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Содержательная область оценки – Пространство и форма • Компетентностная область оценки - Применять • Контекст- Личная жизнь • Уровень сложности задания - 1 • Формат ответа – выбор ответа (из четырех предложенных) • Описание задания («объект оценки») – применение представления о площади для решения практической задачи, конструирование фигуры из составных частей • Дополнительные характеристики. Проверяются действия универсального характера: планировать ход решения, мысленно конструировать ситуацию нахождение количества равных частей в целом 	
Система оценивания	
1 балл	Выбран ответ «25»
0 баллов	Другие ответы. Ответ отсутствует.

Задание 6. «Выкладывание плитки». 2 из 2.**Характеристики задания:**

- **Содержательная область оценки** – Изменение и зависимости
- **Компетентностная область оценки** - Применять
- **Контекст** - Личная жизнь
- **Уровень сложности задания** - 2
- **Формат ответа** – краткий ответ
- **Описание задания («объект оценки»)** – соотнесение размеров площадей данных фигур, установление зависимости между величинами
- **Дополнительные характеристики.** Проверяются действия универсального характера: устанавливать зависимость между данными, представленными в соседних столбцах таблицы, составлять целое из заданных частей, обобщать информацию, заполнять таблицу

Система оценивания

2 балла	Верно заполнены все ячейки таблицы		
	Форма плитки	Сколько надо плиток этой формы, чтобы сложить из них плитку размером 20 см x 20 см?	Сколько надо плиток этой формы, чтобы выложить квадратную площадку размером 100см x 100 см?
	10 см  20 см	2	50
10 см  10 см	4	100	
1 балл	Верно заполнена хотя бы одна строка или один столбец таблицы, а другие строки/столбцы не заполнены или заполнены неверно.		
0 баллов	Другие ответы. Ответ отсутствует.		

Задание 7. «Багаж в аэропорту». 1 из 2.**Характеристики задания:**

- **Содержательная область оценки** – Количество
- **Компетентностная область оценки** - Применять
- **Контекст** - Личная жизнь
- **Уровень сложности задания** - 2
- **Формат ответа** – краткий ответ в виде слов – названий предметов
- **Описание задания («объект оценки»)** – сравнение величин; округление величин; прикидка результата сложения двух или нескольких величин
- **Дополнительные характеристики.** Проверяются действия универсального характера: интерпретировать данные, приведенные в тексте и на рисунке; учитывать все условия, находить разные решения практической задачи

Система оценивания

2 балла	С использованием соответствующих названий предметов багажа приведены 2 решения в <u>любом</u> порядке	Решение 1		Решение 2	
		рюкзак		компьютер (или лэптоп)	
		компьютер (или лэптоп)		Коробка	
1 балл	Приведено <u>одно любое</u> решение, а другое решение не приведено или приведено неверное.				
0 баллов	Другие ответы. Ответ отсутствует.				

Задание 8. «Багаж в аэропорту». 2 из 2.	
<p>Характеристики задания:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Содержательная область оценки – Количество • Компетентностная область оценки - Интерпретировать • Контекст - Личная жизнь • Уровень сложности задания - 3 • Формат ответа – развернутый ответ • Описание задания («объект оценки») – расчеты с величинами, числами; сравнение, округление величин; прикидка результата • Дополнительные характеристики. Проверяются действия универсального характера: интерпретировать данные, приведенные в тексте; планировать ход решения, делать вывод, объяснять рациональное решение поставленной проблемы 	
Система оценивания	
2 балла	<p>Дан верный ответ: «Сдать в багаж», «Оформить дополнительное место багажа за 1000 р.» В объяснении должно говориться о том, что одно из мест надо сдать в багаж <u>бесплатно (чемодан)</u> или <u>просто сдать в багаж</u>, а за второе (коробка) надо заплатить 1000 р. (коробка весит около 5 кг, что меньше 20 кг, значит, оплата 1000 р.)</p> <p><i>Примеры возможного объяснения (ответы детей):</i></p> <p><i>Пример 1.</i> «Чемодан он сдаст как багаж. А коробка будет дополнительный багаж. За коробку он дополнительно отдаст 1000 р.»</p> <p><i>Пример 2.</i> «Чемодан сдать бесплатно в багаж, а коробка весит меньше 20 кг, значит, заплатить за неё 1000р.»</p> <p><i>Пример 3.</i> «20кг он повезёт на месте багажа, а за оставшиеся 4кг 500г ему надо доплатить 1000 р.»</p>
1 балл	<p>Дан верный ответ: «Сдать в багаж чемодан и коробку» ИЛИ «Сдать в багаж» ИЛИ «Оформить дополнительное место багажа», а <u>объяснение, неполное.</u> Например, говорится, как поступить только с одним из оставшихся предметов (см. Примеры 1,3), ИЛИ не указано, сколько надо заплатить за дополнительное место багажа (см. Пример 2), ИЛИ указана неверная оплата за коробку (вместо 1000 р. указано, например, 1200 р. или 1500 р.), но явно видно, что один предмет сдается в багаж бесплатно.</p> <p><i>Примеры возможного объяснения (ответы детей):</i></p> <p><i>Пример 1.</i> «Сдать в багаж. Объяснение: Чемодан весит меньше 20 кг, его можно сдать в багаж бесплатно».</p> <p><i>Пример 2.</i> «Чемодан сдаст в багаж, а коробку за дополнительную плату».</p> <p><i>Пример 3.</i> «Оформить дополнительное место багажа. Объяснение: она весит меньше 20 кг, дополнительное место стоит 1000 р.»</p> <p><i>Пример 4.</i> «Чемодан он может положить в место для багажа, которое входит в стоимость билета, и доплатить 1500 рублей за коробку».</p>
0 баллов	<p>Другие ответы. Ответ отсутствует.</p>

ОТКРЫТЫЙ БАНК ЗАДАНИЙ
для формирования функциональной грамотности

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ

5 класс

ЧАСТЬ 3

Комплексное задание «Команда лыжников» (2задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

«Команда лыжников»



Тренер школьной команды лыжников для организации летних тренировок провёл опрос спортсменов, чтобы узнать, есть ли у них скейтборды и лыжероллеры. На вопрос ответили 12 человек. Результаты представлены в таблице 1.

Таблица 1

Наличие скейтборда и лыжероллеров у спортсменов

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
скейтборд	–	+	+	+	–	+	+	+	–	+	–	+
лыжероллеры	+	+	–	+	+	–	+	–	+	–	+	–

Обозначения: + есть, – нет

1. На основе данных таблицы 1 заполните таблицу 2, которая показывает, сколько спортсменов имеют скейтборды и сколько спортсменов имеют лыжероллеры.

Таблица 2

Количество снаряжения у спортсменов

Снаряжение	Количество спортсменов
скейтборд	
лыжероллеры	

2. На основе данных таблицы 1 составлены следующие утверждения. Отметьте знаком ✓ верные.

- У каждого спортсмена есть и лыжероллеры, и скейтборд.
- Если у спортсмена есть скейтборд, то у него нет лыжероллеров.
- У всех спортсменов есть какое-то снаряжение для тренировок.
- У всех членов команды скейтбордов больше, чем лыжероллеров.
- Чтобы проводить тренировки на лыжероллерах, нужно ещё 5 комплектов.

Комплексное задание «Петергоф» (2 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

Петергоф

Москвич Пётр Петрович решил отправиться на два дня в Санкт-Петербург в гости к своему бывшему однокласснику. Он купил билет на поезд, который отправляется с Ленинградского вокзала в 15:00.



1. В какое время Петру Петровичу нужно выйти из дома, если:

- от дома до ближайшей станции метро идти 10 минут;
- на метро ехать 7 мин;
- от станции метро до железнодорожной платформы идти 20 минут;
- рекомендуется прибыть на вокзал за 30 минут до отправления поезда?

Запишите ответ и решение.

Ответ: _____

Решение: _____

2. Пётр Петрович и его одноклассник Иван Иванович решили отправиться в Большой Петергофский дворец. В музей с ними пошли жена Ивана Ивановича, которая является членом Международного совета музеев, а также двое их детей – шестиклассник и дошкольник.

Перед входом они увидели объявление о ценах на этот день:

Входной билет – 1000 р.

Льготное посещение:

- Лица, не достигшие 16-летнего возраста, оплачивают половину стоимости входного билета.

Бесплатное посещение:

- Дети дошкольного возраста;
- Члены международного совета музеев;
- Члены Организации объединенных наций по вопросам образования, науки и культуры;
- Лица, имеющие социальные льготы (например, ветераны войны и труда).

Иван Иванович решил оплатить билеты всей группе.

Докажите, что на все билеты Ивану Ивановичу потребуется менее 3000 р.

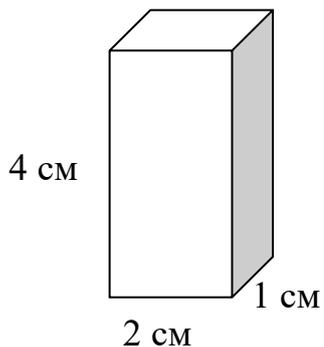
Доказательство: _____

Комплексное задание «Развёртки фигур» (2 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

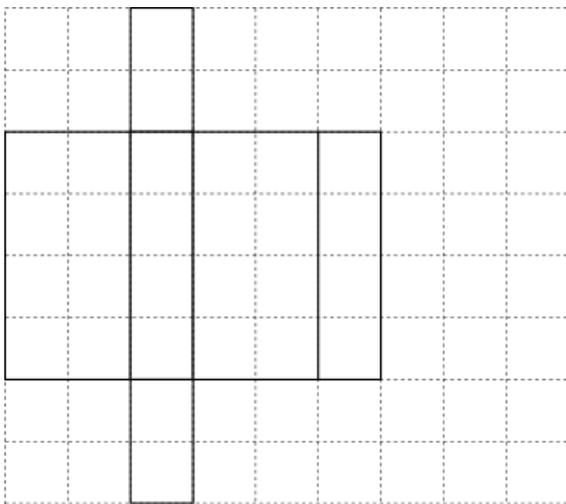
Развёртки фигур

На уроке математики пятиклассники изготавливали прямоугольные параллелепипеды из развёрток, которые они сделали дома.

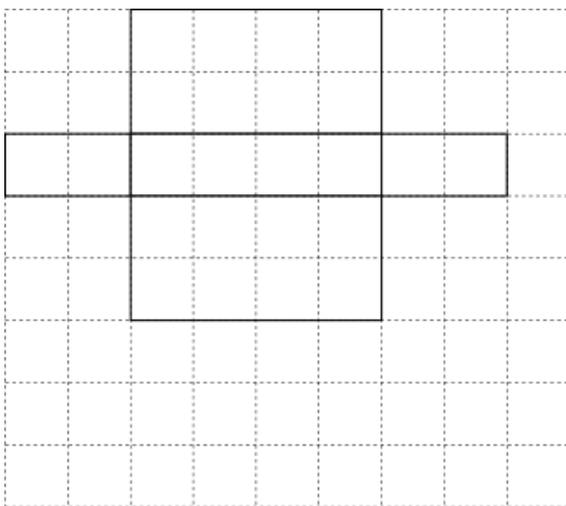


1. Двое ребят сделали правильные развёртки. Отметьте имена этих ребят ✓.
 Длина стороны клетки – 1 см.

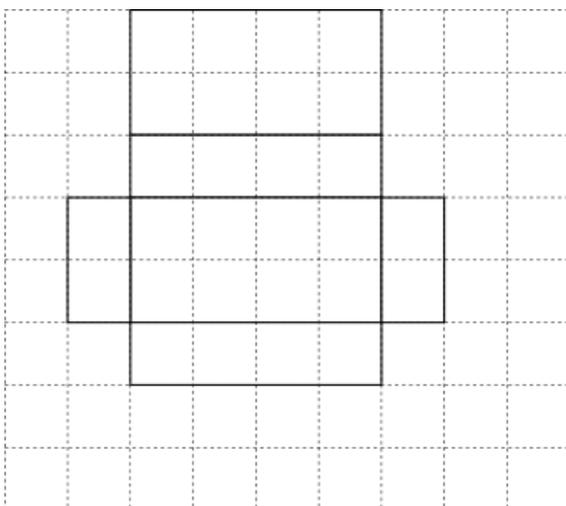
Василий



Егор



Илья



2. После уроков на занятии кружка «Геометрические формы» Илья решил сделать свою постройку из параллелепипеда, куба и конуса, как на рисунке «Башня».

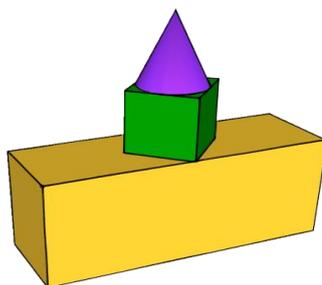
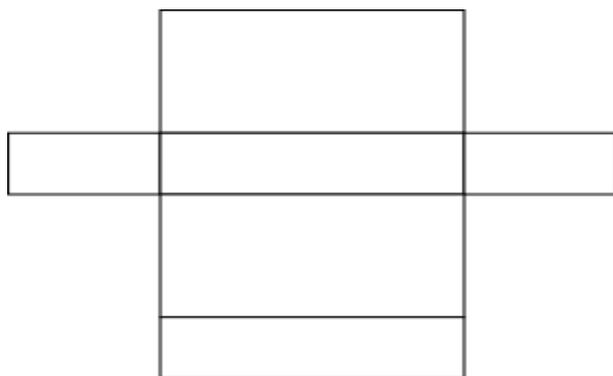
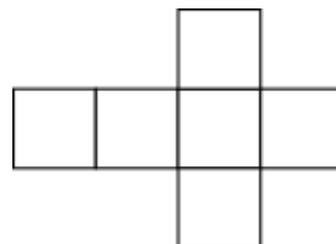
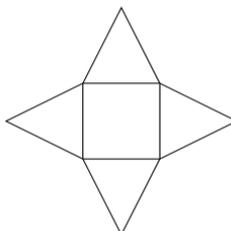
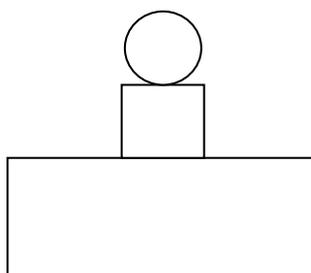


Рис. «Башня»

Отметьте на рисунке ниже все развёртки, которые ему понадобятся, знаком ✓.



Комплексное задание «Опрос пятиклассников» (2 задания).

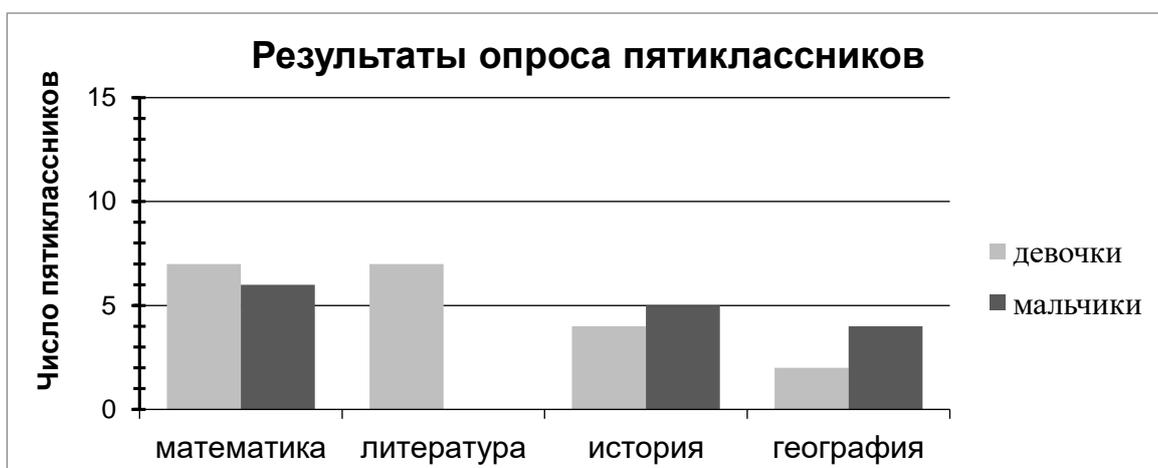
Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

Опрос пятиклассников

В школе пятиклассников попросили ответить на вопрос: «Какой из учебных предметов тебе нравится больше других?» и указать только один из предложенных вариантов. На вопрос ответили 35 учеников.

Ниже на диаграмме 1 представлены результаты опроса.

Диаграмма 1



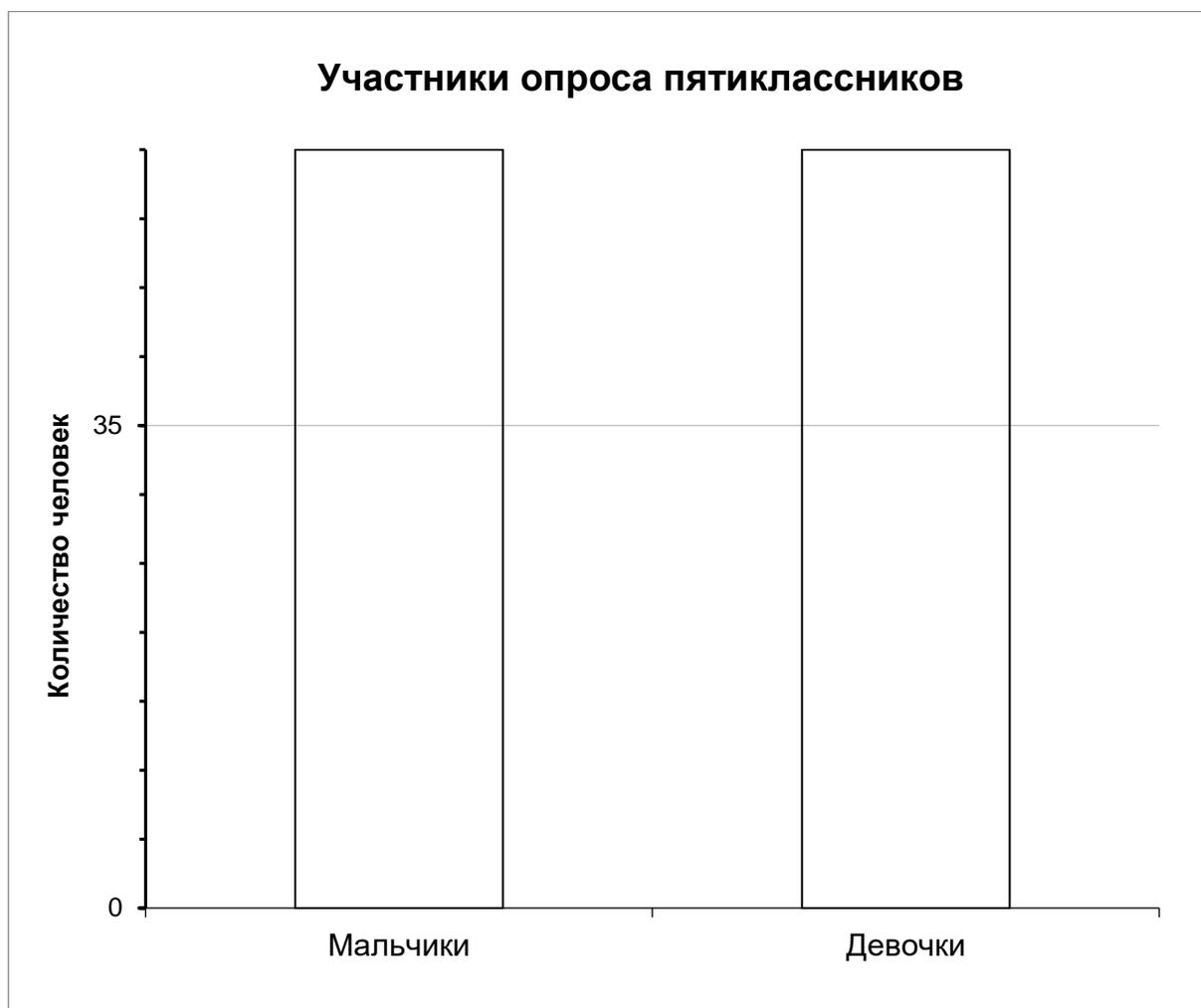
1. На основе данных диаграммы определите, какие из следующих утверждений являются верными, а какие – неверными.

Отметьте ✓ ответ в каждой строке.

Утверждения	Верно	Неверно
Литературу выбрали только девочки	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Два мальчика выбрали географию	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Историю выбрали 9 учащихся	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2. На основании данных диаграммы 1 узнайте, сколько мальчиков и сколько девочек участвовали в опросе. Изобразите эти данные на Диаграмме 2.

Диаграмма 2



КОММЕНТАРИИ

к открытому банку заданий
для формирования функциональной грамотности

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ

5 класс

ЧАСТЬ 3

Комплексное задание «Команда лыжников» (2 задания).

Задания предваряются описанием реальной жизненной ситуации, понятной любому пятикласснику. Сведения, необходимые для понимания ситуации и выполнения заданий, представлены в тексте, в таблице, на рисунке.

Для успешного выполнения **первого задания** от школьника требуется умение читать таблицу со статистическими данными и предложенными условными обозначениями, выбирать нужную информацию из текста и таблицы, вносить полученные данные в другую готовую таблицу.

В ходе апробации с заданием справилось подавляющее большинство пятиклассников. Анализ неверных ответов показывает, что пятиклассники, не справившиеся с заданием, допустили в основном случайные ошибки при подсчёте количества спортивных снарядов и записи результатов в соответствующие ячейки таблицы.

Задание относится к заданиям **низкого уровня** сложности. Пятиклассник работает в знакомой ситуации с информацией, представленной в явном виде. Важность использования подобных заданий в учебном процессе определяется необходимостью формирования и поддержки у школьников умения работать с таблицами со статистическими данными, которые используются при изучении разных учебных предметов и в повседневной жизни (СМИ, инструкции на товарах, расписание движения транспорта и т.д.). Для формирования указанных выше умений (читать и заполнять таблицу, выбирать информацию из текста и таблицы) могут быть использованы задания из учебников по математике и другим предметам, а также составленные учителем и детьми на основе жизненного опыта.

Второе задание имеет **повышенный уровень** сложности. Усложнение достигается не только за счёт изменения характера самого задания, но и через привлечение более сложных видов деятельности для его выполнения (интеллектуальных умений, связанных с работой с утверждениями). На основе данных таблицы 1, приведенной в описании ситуации, составлены несколько

утверждений, в которых использованы логические связки и термины. От учащихся требовалось установить истинность каждого из этих утверждений. Для успешного выполнения задания ученикам нужно было соотнести утверждение и информацию таблицы 1, интерпретировать логические связки, провести соответствующие ситуации логические рассуждения.

Во время апробации пятиклассники продемонстрировали удовлетворительные результаты выполнения задания. Около четверти пятиклассников полностью справились с заданием (указали три истинных утверждения и не указали ложные), ещё чуть более трети учащихся указали только два из трёх истинных утверждений. Анализ ответов показал, что пятиклассники в основном не смогли установить истинность третьего утверждения, возможно, что они затруднились интерпретировать слова «какое-то снаряжение для тренировок». Анализ ошибочных ответов показал, что многие ребята неверно трактовали те или иные из логических связок и терминов («если, то», «есть», «все», «каждый», «и»).

На уроках математики подобные задания можно использовать для формирования и поддержки умения работать с таблицами со статистическими данными, проверять истинность утверждений, содержащих логические связки и термины.

Комплексное задание «Петергоф» (2 задания).

Пятикласснику предлагается знакомая жизненная ситуация, в которой описывается подготовка к путешествию в Петергоф и посещение музея в рамках этой поездки.

В первом задании общее описание ситуации дополняется планом пути, который позволяет добраться до места назначения (куда надо приехать, на каком транспорте, сколько времени уходит и др.) и выступает набором обязательных условий учебной задачи, приводящих к правильному ответу.

Чтобы справиться с заданием, пятикласснику потребуются следующие умения: извлекать и учитывать в ходе рассуждений информацию из разных частей задания (из общего описания ситуации, из уточняющих сведений), выполнять действия с величинами времени (с переходом от одних единиц времени к другим), приводить решение или объяснение, подтверждающее полученный ответ. Задание имеет **повышенный уровень** сложности.

Во время апробации пятиклассники показали невысокие результаты выполнения задания. Полностью с ним справились (дали верный ответ и привели решение) менее трети пятиклассников. Значительная группа детей дала верный ответ, но привела неполное, не содержащее неверных утверждений решение или объяснение. Анализ работ школьников позволил диагностировать следующие недочеты предметной и общеучебной подготовки: извлечение и учёт не всех условий и данных учебной задачи, неумение обосновать с помощью рассуждений или вычислений полученный ответ, наличие ошибок при переводе единиц измерения времени (часы, минуты) и при выполнении с ними арифметических действий. Результаты проведенного мониторинга и исследования качества математической подготовки учащихся, оканчивающих 9 и 11 класс, убедительно показывают, что неумение выполнять действия с единицами времени (переходить от одной единицы к другой, проводить вычисления) сохраняется вплоть до окончания основной школы. Поэтому для поддержания и успешного развития этого умения задания на его формирование и контроль необходимо включать в текущие и итоговые проверочные работы.

Во **втором задании** сюжетная линия развивается. Ученику предлагается рассмотреть близкий к реальному случай посещения музея группой детей и взрослых. В ходе выполнения задания пятиклассник получает возможность продемонстрировать умение доказывать истинность приведённого утверждения на основе данной в тексте информации и привлечения собственного жизненного опыта. От ученика требуется сопоставить

информацию, представленную в разных частях задания (общего описания ситуации, уточняющего описания условий посещения музея), найти долю числа, выполнить устно действия с круглыми многозначными числами, привести решение/объяснение, подтверждающее полученный ответ. Задание **высокого уровня сложности**.

По результатам апробации это задание оказалось трудным для большинства пятиклассников. Только около трети учащихся полностью или частично справились с этим заданием. Ответы, принятые частично, показали, что пятиклассники готовы сделать правильный вывод (установить истинность утверждения), но затрудняются в приведении полного объяснения. Для его получения нужно было использовать всю информацию о ценах на билеты, условиях посещения музея, сопоставить эти данные с особенностями каждого члена данной группы посетителей музея. Так, пятиклассникам нужно было понять и учесть в решении, что шестиклассник младше 16 лет и поэтому должен заплатить за билет половину цены.

Анализ ответов позволил выделить характерный недочёт подготовки пятиклассников: потеря в процессе решения части информации, приведённой в описании членов группы посетителей музея, условий посещения музея.

Подобные задания можно включать в урок для расширения математического кругозора школьников, а также в дополнительную часть (или в конец проверочной работы) в расчёте на тех, кто демонстрирует более высокий уровень математической подготовки, быстрее других учащихся справляется с заданиями базового уровня сложности, проявляет интерес к изучению предмета.

Комплексное задание «Развёртки» (2 задания).

Сюжет задания сочетает учебную и практическую ситуацию, знакомую всем школьникам, поскольку в начальной школе дети часто делали, например, модели геометрических фигур.

При выполнении **первого задания** ученику нужно продемонстрировать наличие представлений о развёртке прямоугольного параллелепипеда, её форме и размерах. Они понадобятся для распознавания среди данных развёрток тех, которые соответствуют изображённой фигуре. Также пятиклассник демонстрирует умение находить два верных ответа среди предложенных. Прочное владение проверяемыми знаниями и умениями важно для последующего изучения площади поверхности и объёма прямоугольного параллелепипеда.

В ходе апробации пятиклассники показали невысокие результаты выполнения этого задания **низкого уровня** сложности. Многие школьники смогли выбрать один верный ответ, около десяти процентов – два. Выбравшие один верный ответ в основном указывали первое имя – Василий. Этот ответ был наиболее очевиден, поскольку расположение и размеры развёртки очевидно соответствовали приведённому к заданию рисунку параллелепипеда. Чтобы распознать второй верный ответ (Илья), надо было мысленно повернуть изображённую на рисунке фигуру или саму развёртку, чтобы убедиться в их точном соответствии. Показанные пятиклассниками результаты говорят о необходимости повышения внимания к развитию пространственных представлений учащихся с целью предупреждения трудностей в изучении систематического курса геометрии в 7-11 классах. Поэтому подобные задания, связанные с конструированием геометрических фигур, развёрток, решением задач на пространственное восприятие и воображение, целесообразно предлагать на уроках математики в 4-5-6 классах.

Во **втором задании** предложенная учебная ситуация усложняется. На приведённом рисунке изображена конструкция, составленная из нескольких известных учащимся пространственных фигур. Ученику предлагается выбрать развёртки фигур, использованных в конструкции. Чтобы справиться с заданием, пятикласснику нужно различать пространственные геометрические фигуры, распознавать и выбирать их развёртки. От него требуется умение

мысленно сопоставлять трёхмерные и двумерные объекты, составлять целое из частей. Отметим также, что успешность выполнения задания обеспечивается и способностью школьника сопоставить информацию, приведённую в разных частях задания (в тексте, на трёхмерном рисунке и на нескольких двумерных рисунках).

По результатам апробации было установлено, что четверть пятиклассников справились с этим заданием **повышенного уровня** сложности полностью, ещё треть выполнявших справились частично – верно отметили две нужных развёртки из трех. В основном ребята неверно указали на развёртку пирамиды вместо развёртки конуса. Таким образом, примерно пятая часть учащихся уверенно распознали на рисунке три стандартных пространственных фигуры и соответствующие им развёртки. Ещё примерно у трети учащихся недостаточно прочные пространственные представления о конусе и пирамиде. Отметим, что небольшая часть учащихся не сумела распознать развёртку параллелепипеда, указав первый вариант готовых ответов, то есть вместо развёртки этой фигуры указала его вид спереди.

В школьный курс математики целесообразно включать подобные задания, поскольку они помогают развивать пространственное мышление и конструкторские умения школьников, расширяют представления о таких пространственных фигурах, как конус, пирамида и параллелепипед, их развёртках. Помимо заданий на работу с развёртками, можно включать в учебный процесс большее число заданий на нахождение площади поверхности куба и прямоугольного параллелепипеда (использовать при этом готовые модели фигур). В 4 классе необходимо усилить работу с элементами (вершины, ребра, грани) параллелепипеда, предлагать задания на его копирование, измерение длин ребер, изображение развёртки этой фигуры. Важно также включать пропедевтические задания на сравнение различных пространственных фигур и их развёрток. Это позволит подготовить детей к

работе с пространственными фигурами, в том числе с конусом и пирамидой, в основной и старшей школе.

Комплексное задание «Опрос пятиклассников» (2 задания).

Перед выполнением заданий пятиклассник знакомится с типичной для школьной жизни ситуацией – проведение и результаты опроса учащихся пятого класса об их отношении к некоторым учебным предметам. Информация, необходимая для выполнения заданий, приводится в двух формах (текст и столбчатая диаграмма, на которой в отдельных столбцах представлены данные, характеризующие мнения, высказанные девочками и мальчиками).

В первом задании общее описание ситуации дополняется несколькими утверждениями относительно представленных результатов опроса, истинность которых надо оценить. Для успешного выполнения задания требуются следующие предметные и общеучебные умения: свободно читать и интерпретировать данные диаграммы, условные обозначения («легенду»). Например, учитывая цвет столбцов диаграммы, сопоставляя их по высоте, сделать вывод о ложности второго утверждения.

Во время апробации полностью справились с этим заданием **повышенного уровня** сложности немногим больше половины пятиклассников. Они правильно оценили истинность каждого из трёх утверждений (верное, неверное, верное). Кроме того, около трети учащихся правильно оценили истинность двух утверждений. В основном школьники неверно оценили либо второе – ложное – утверждение (не сумели распознать столбец, содержащий нужные данные), или третье – истинное – утверждение (не сумели правильно определить и суммировать данные, изображённые двумя соседними столбцами диаграммы).

Анализ содержания учебников типовых проверочных работ, результаты мониторингов подготовки учащихся 5-6 классов явно свидетельствуют о

недостаточном внимании к поддержке умения читать диаграммы и интерпретировать представленные на них данные. Поэтому целесообразно предлагать подобные задания на уроках, включать их в тематический и текущий контроль. Авторам методических пособий для 5-6 классов можно предложить включить в число тренировочных подобные задания и их методическое описание.

Во **втором задании** требования к школьнику усложняются. Для успешного выполнения задания ему надо распознать и использовать для решения несколько столбцов, которые не являются соседними, суммировать данные этих столбцов. Полученные сведения пятикласснику надо представить на незавершенной модели диаграммы. Поэтому частью задания является дополнение модели диаграммы: определение цены деления шкалы на вертикальной оси, на концах каждого интервала на этой шкале. Это поможет ученику правильно построить столбцы.

С этим заданием **повышенного уровня** сложности полностью справились более половины пятиклассников. Они построили два столбца, высотой 15 и 20 единиц, соответствующие подписям под диаграммой. Многие школьники сумели правильно построить только один из столбцов, допустив либо случайную ошибку при суммировании данных, либо при их представлении на диаграмме в форме столбца соответствующей высоты.

Обратим внимание, что на международном уровне умению читать и интерпретировать данные, представленные в таблицах и на диаграммах, а также размещать данные в таблицах и на диаграммах придают такое же значение, как, например, алгебраической или геометрической подготовке. В то же время обращают на себя внимание достаточно высокие результаты российских учащихся 4 класса и невысокие результаты учащихся 8 класса при выполнении заданий, связанных с этой тематикой. Эти факты позволяют сделать обоснованный вывод о том, что в 5-8 классах целесообразно увеличить число разнообразных заданий на работу с таблицами и диаграммами.

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ИНСТИТУТ СТРАТЕГИИ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ ОБРАЗОВАНИЯ

ОТКРЫТЫЙ БАНК ЗАДАНИЙ
для формирования
функциональной грамотности

Математическая грамотность, 5 класс

СПИСОК ЗАДАНИЙ

№ п/п	Название комплексного задания	Число отдельных заданий/вопросов	Источник (где размещены или опубликованы задания)
ЧАСТЬ 1			
1)	Кассовый аппарат	2	Демонстрационный вариант 2019 (http://skiv.instrao.ru)
2)	Кожаная мозаика	2	Демонстрационный вариант 2019 (http://skiv.instrao.ru)
3)	Выкладывание плитки	2	Демонстрационный вариант 2019 (http://skiv.instrao.ru)
4)	Багаж в аэропорту	2	Демонстрационный вариант 2019 (http://skiv.instrao.ru)
ЧАСТЬ 2			
5)	Взвешивание фруктов	2	Математическая грамотность. Сборник эталонных заданий. Выпуск 1: Учебное пособие для общеобразовательных организаций. В 2-х частях. Часть 1. Под редакцией Г. С. Ковалёвой, Л. О. Рословой. – М.; СПб.: Просвещение, 2020. 79 с., с. 5.
6)	Парусники	3	Там же, с. 6.
7)	Взвешивание фруктов 2.	3	Там же, с. 38.
8)	Площадка для бадминтона	2	Там же, с. 39.
9)	Пруд	3	Там же, с. 45.
10)	Кубики	2	Там же, с. 46.
11)	Круиз по Волге	3	Там же, с. 70.
12)	Конструирование	2	Там же, с. 72.
ЧАСТЬ 3			
13)	Команда лыжников	2	Открытый банк заданий 2020 (http://skiv.instrao.ru)
14)	Петергоф	2	Открытый банк заданий 2020 (http://skiv.instrao.ru)
15)	Развёртки фигур	2	Открытый банк заданий 2020 (http://skiv.instrao.ru)
16)	Опрос пятиклассников	2	Открытый банк заданий 2020 (http://skiv.instrao.ru)

Разработчики заданий: О.А. Рызде, К.А. Краснянская.
Тестолог: К.П. Вергелес.

ХАРАКТЕРИСТИКИ И СИСТЕМА ОЦЕНИВАНИЯ

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ

5 класс

ЧАСТЬ 3

Комплексное задание «Команда лыжников» (2 задания).

Команда лыжников. Задание 1.

Характеристики задания

- Содержательная область оценки: неопределённость и данные.
- Компетентностная область оценки: применять
- Контекст: личный
- Уровень сложности: низкий.
- Формат ответа: задание с несколькими краткими ответами (отдельные поля для ответов).
- Объект оценки: заполнение готовой таблицы

Система оценивания

Код	Содержание критерия						
1	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th style="text-align: center;">Снаряжение</th> <th style="text-align: center;">Количество спортсменов</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">скейтборд</td> <td style="text-align: center;">8</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">лыжероллеры</td> <td style="text-align: center;">7</td> </tr> </tbody> </table> <p style="margin-left: 40px;">Ответ: скейтборд – 8; лыжероллеры – 7. Таблица заполнена верно.</p>	Снаряжение	Количество спортсменов	скейтборд	8	лыжероллеры	7
Снаряжение	Количество спортсменов						
скейтборд	8						
лыжероллеры	7						
0	Дан неверный ответ.						

Команда лыжников. Задание 2.

Характеристики задания

- Содержательная область оценки: неопределённость и данные
- Компетентностная область оценки: рассуждать
- Контекст: общественный
- Уровень сложности: средний
- Формат ответа: Задание с выбором нескольких верных ответов
- Объект оценки: проверка истинности утверждений относительно данных таблицы, понимать логические связки «если, то», «есть», «все», «каждый», «и»

Система оценивания

Код	Содержание критерия
2	Ответ: 3,4,5. Отмечены три верных утверждения, не отмечены неверные.
1	Отмечены два любых верных утверждения из трёх, не отмечены неверные.
0	Другие ответы.

Комплексное задание «Петергоф» (2 задания).

Петергоф. Задание 1.

Характеристики задания

- Содержательная область оценки: количество
- Компетентностная область оценки: применять
- Контекст: личный
- Уровень сложности: средний
- Формат ответа: задание с развернутым ответом (в виде текста и вычислений, или только вычислений)
- Объект оценки: выполнение действий с величинами, переход от одних единиц времени к другим

Система оценивания

Код	Содержание критерия
2	Ответ 13 ч 53 мин (13:53 и т.п.) Пример возможного решения. 1) $10+7+20+30=67$ (мин) = 1 ч 7 мин 2) 15 ч – 1 ч 7 мин = 13 ч 53 мин Даны верный ответ и решение, в котором приведены рассуждения или вычисления с единицами времени, подтверждающие полученный ответ.
1	Приведен верный ответ, а решение неполное, но не содержит неверных действий и утверждений.
0	Другие ответы (включая случай, когда дан верный ответ, а решение неадекватное или отсутствует).

Петергоф. Задание 2.

Характеристики задания

- Содержательная область оценки: количество
- Компетентностная область оценки: рассуждать
- Контекст: личный
- Уровень сложности: высокий
- Формат ответа: задание с развернутым ответом (в виде текста или текста и вычислений)
- Объект оценки: нахождение доли числа, устное выполнение действий с многозначными числами

Система оценивания

Код	Содержание критерия
2	<p>Ответ: билеты стоят 2500 р., это меньше 3000 р. ИЛИ $2500 < 3000$</p> <p>Примеры возможного доказательства/объяснения:</p> <p>Пример 1:</p> <p>Стоимость билетов для каждого участника группы:</p> <p>Петр Петрович – 1000 р.</p> <p>Иван Иванович – 1000 р.</p> <p>Дети – 1 билет за 500 р.</p> <p>Жена Ивана Ивановича – бесплатно.</p> <p>Всего – 2500 р., это меньше 3000 р.</p> <p>Пример 2:</p> <p>$1000 + 1000 + 500 = 2500$ (р.), $2500 \text{ р.} < 3000 \text{ р.}$</p> <p>Примечание. В доказательстве необязательно упоминать о том, что для двух человек (жены и дошкольника) билеты покупать не надо.</p> <p>Дан верный ответ и представлено объяснение, которое подтверждает полученный вывод (содержит рассуждение или данные о стоимости всех билетов и сравнение этой стоимости с заданной суммой денег – 3000 р.)</p>
1	<p>Объяснение неполное, но не содержит неверных утверждений.</p> <p>Например, указана лишь общая сумма – 2500 р., но не сделан вывод (не приведено сравнение с указанной суммой – 3000 р.)</p>
0	<p>Другие ответы.</p>

Комплексное задание «Развёртки фигур» (2 задания).

Развёртки фигур. Задание 1.

Характеристики задания

- Содержательная область оценки: пространство и форма
- Компетентностная область оценки: применять
- Контекст: научный
- Уровень сложности: низкий
- Формат ответа: задание с выбором нескольких верных ответов
- Объект оценки: работа с развёртками пространственной фигуры, сопоставление пространственной фигуры (прямоугольного параллелепипеда) и развёртки

Система оценивания

Код	Содержание критерия
1	Ответ: Василий и Илья. Правильно выбраны Василий и Илья.
0	Другие варианты.

Развертки фигур. Задание 2.

Характеристики задания

- Содержательная область оценки: пространство и форма
- Компетентностная область оценки: рассуждать
- Контекст: научный.
- Уровень сложности: средний
- Формат ответа: задание с выбором нескольких верных ответов
- Объект оценки: различение пространственных геометрических фигур, сопоставление пространственных фигур и их разверток

Система оценивания

Код	Содержание критерия
2	Отмечены 3 развёртки: третья в верхнем ряду, первая и вторая в нижнем ряду. Полностью верно отмечены три развертки.
1	Отмечены 3 развёртки, из них две – верно, а одна – неверно.
0	Другие варианты.

Комплексное задание «Опрос пятиклассников» (2 задания).

Опрос пятиклассников. Задание 1.

Характеристики задания

- Содержательная область оценки: неопределенность и данные
- Компетентностная область оценки: рассуждать
- Контекст: личный
- Уровень сложности: средний
- Формат ответа: задание с комплексным множественным выбором
- Объект оценки: чтение и интерпретация данных диаграммы, проверка истинности утверждений на основе данных диаграммы.

Система оценивания

Код	Содержание критерия
2	Отмечены знаком «✓»: утверждение 1 – верное, утверждение 2 – неверное, утверждение 3 – верное. Отмечены 3 верных ответа (верно, неверно, верно – именно в таком порядке).
1	Отмечены любые два из трёх верных ответов, а третий ответ неверный или не отмечен.
0	Другие варианты.

Опрос пятиклассников. Задание 2.

Характеристики задания

- Содержательная область оценки: неопределенность и данные
- Компетентностная область оценки: применять
- Контекст: образовательный
- Уровень сложности: высокий
- Формат ответа: задание с развернутым ответом (в виде рисунка или рисунка и текста)
- Объект оценки: чтение шкалы, построение столбцов диаграммы на основе полученных данных

Система оценивания

Код	Содержание критерия
2	Ответ: завершено построение диаграммы 2: Столбцы доведены до высоты, соответствующей числу мальчиков – 15 чел. и числу девочек – 20 чел. Построены два столбца высотой 15 и 20 единиц, соответствующие подписям под диаграммой.
1	Построены два столбца: высота одного столбца соответствует условиям задания, а второго столбца – нет.
0	Другие ответы (включая случай, когда правильно построен только один столбец, а второй не построен совсем).

ОТКРЫТЫЙ БАНК ЗАДАНИЙ
для формирования функциональной грамотности

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ

6 класс

ЧАСТЬ 1

Комплексное задание «Акция в магазине» (3 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-3.

Акция в магазине

Ирина Петровна узнала про акции в молочном отделе ближайшего магазина и решила приобрести молоко и йогурты со скидкой.

1. Ирина Петровна прочитала первое объявление:

При покупке трёх и более пакетов коровьего молока «Бурёнка (1 л)» цена одного пакета – 50 руб.

При покупке двух и более пакетов козьего молока «Весёлая коза (1 л)» цена одного пакета – 140 рублей.



Коровье (1л)
60 р.

Козье (1 л)
200 р.

Ирина Петровна воспользовалась акцией и купила 3 л коровьего и 2 л козьего молока. Какую сумму денег она заплатила?

Ответ: _____

Решение: _____

2. На втором объявлении Ирина Петровна прочитала:

*Акция «3 по цене 2» на йогурты фирмы «Солнышко».
Спешите. Только сегодня при покупке двух йогуртов вы
получаете третий в подарок.
Цена одного йогурта – 48 рублей.*



48 р.

Ирина Петровна купила по акции 3 йогурта фирмы «Солнышко». Во сколько рублей ей обошёлся один йогурт?

Ответ: _____

Решение: _____

3. Сколько йогуртов по акции «3 по цене 2» может купить Ирина Петровна на 300 рублей



48 р.

Ответ: _____

Решение: _____

Комплексное задание «Многоугольники» (3 задания).

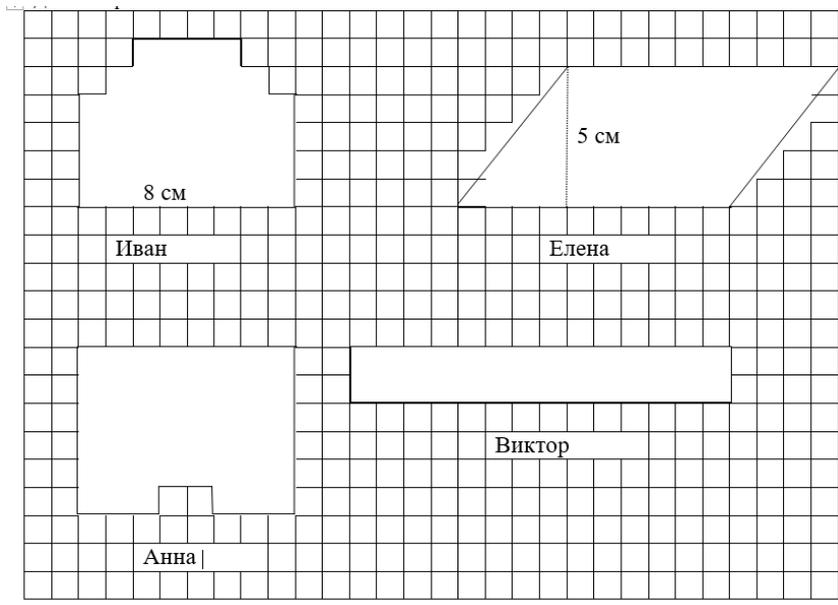
Прочитайте текст и выполните задания 1-3.

Многоугольники

В школе проводился «Геометрический марафон». В финале выступали четверо восьмиклассников: Иван, Елена, Анна и Виктор. Каждый финалист должен был выполнить несколько заданий.

В одном из заданий требовалось придумать и изобразить многоугольник, имеющий периметр меньше 30 см. Ниже изображены многоугольники, которые нарисовали финалисты.

Длина стороны клетки – 1 см



1. Верно ли, что с заданием справились Иван и Анна?

- Верно
- Неверно

Рассуждение: _____

2. Для многоугольников, нарисованных финалистами, зрители придумали задание «Установите истинность следующих утверждений».

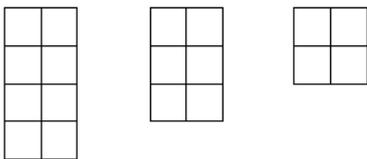
Отметьте в приведённой ниже таблице «Верно» или «Неверно» для каждого утверждения.

<i>Утверждение</i>	<i>Верно</i>	<i>Неверно</i>
Площадь многоугольника Ивана больше площади многоугольника Виктора	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Площадь многоугольника Анны равна площади многоугольника Ивана	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Площадь многоугольника Виктора меньше площади многоугольника Елены	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3. Самым трудным для финалистов оказалось такое задание:

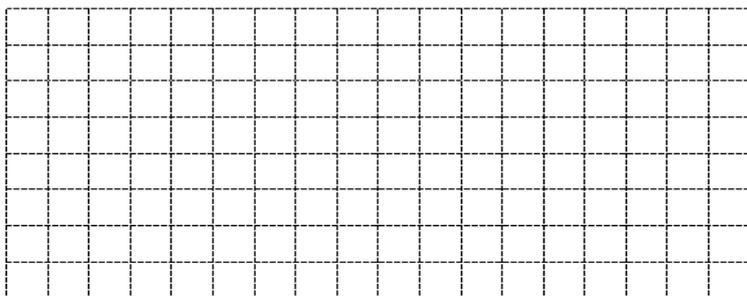
Третьеклассник Гриша хочет составить из этих трёх фигур многоугольник, имеющий периметр 18 см.

Сторона клетки – 1 см



Нарисуйте на сетке многоугольник, который может получиться у Гриши.

Длина клетки – 1 см



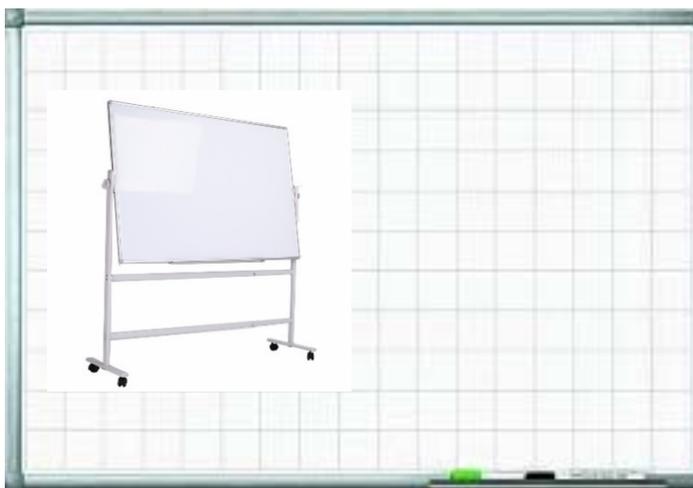
Комплексное задание «Неделя математики» (3 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-3.

Неделя математики

В школе при подготовке к Неделе математики каждому из четырёх шестых классов выделили передвижную доску, которую можно использовать с двух сторон. Рабочая площадь доски разбита на клетки со стороной 1 дм (10 см). Размер доски – 17 дм х 11 дм.

Каждый класс на одной стороне доски оформил свою Математическую газету, на другой – записывал решение конкурсных задач.



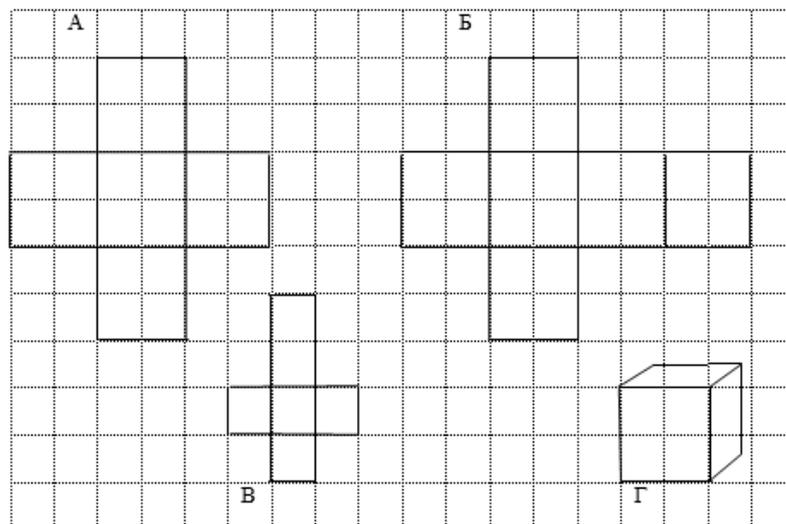
1. Доски, выделенные для каждого класса, решено поставить вплотную друг к другу в зале вдоль стены длиной 7,5 м. Можно ли все 4 доски расположить в ряд вдоль этой стены?

Ответ: _____

Решение: _____

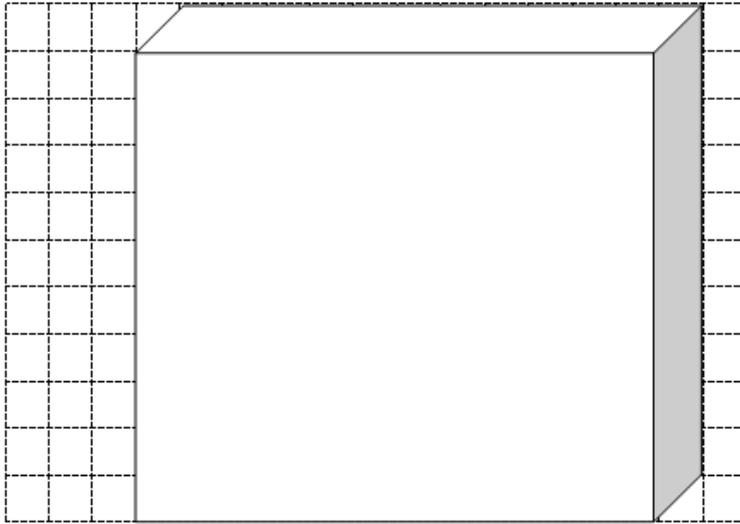
2. В одном из заданий каждому классу предложили нарисовать развёртку куба со стороной 2 дм. Какой класс справился с заданием?

Длина клетки – 1 дм



Ответ: _____

3. Все классы выполнили такое задание: «На кондитерской фабрике, где изготавливают шоколад, решили поставить рекорд. Сделали куб из шоколада со стороной 1 м, разрезали его на кубики со стороной 1 дм. Из этих кубиков выложили прямую дорожку, приложив кубики плотно друг к другу».



Какой длины получилась дорожка из шоколада?

- 1 км
 100 м
 100 дм
 1000 дм³

Решение: _____

Комплексное задание «Калорийность питания» (3 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-3.

Калорийность питания

Для роста и развития организма подростка большое значение имеет энергетическая ценность продуктов питания – калорийность.

Распределение калорийности пищи в течение суток



В среднем норма для этого возраста составляет от 2500 до 2800 калорий в день в зависимости от активности: чем подросток активнее, тем больше требуется калорий.

Витя ведёт активный образ жизни, занимается футболом и плаванием, его суточная норма питания составляет около 2800 килокалорий.

Маша не посещает спортивные секции, увлекается вышиванием и бисероплетением, её суточная норма – около 2500 килокалорий.

1. Во сколько раз больше калорий за сутки требуется Вите, чем Маше?

Ответ: _____

2. Для роста и развития организма подростка большое значение имеет энергетическая ценность продуктов питания – калорийность.

Ниже приведена таблица калорийности некоторых продуктов, употребляемых Витей.

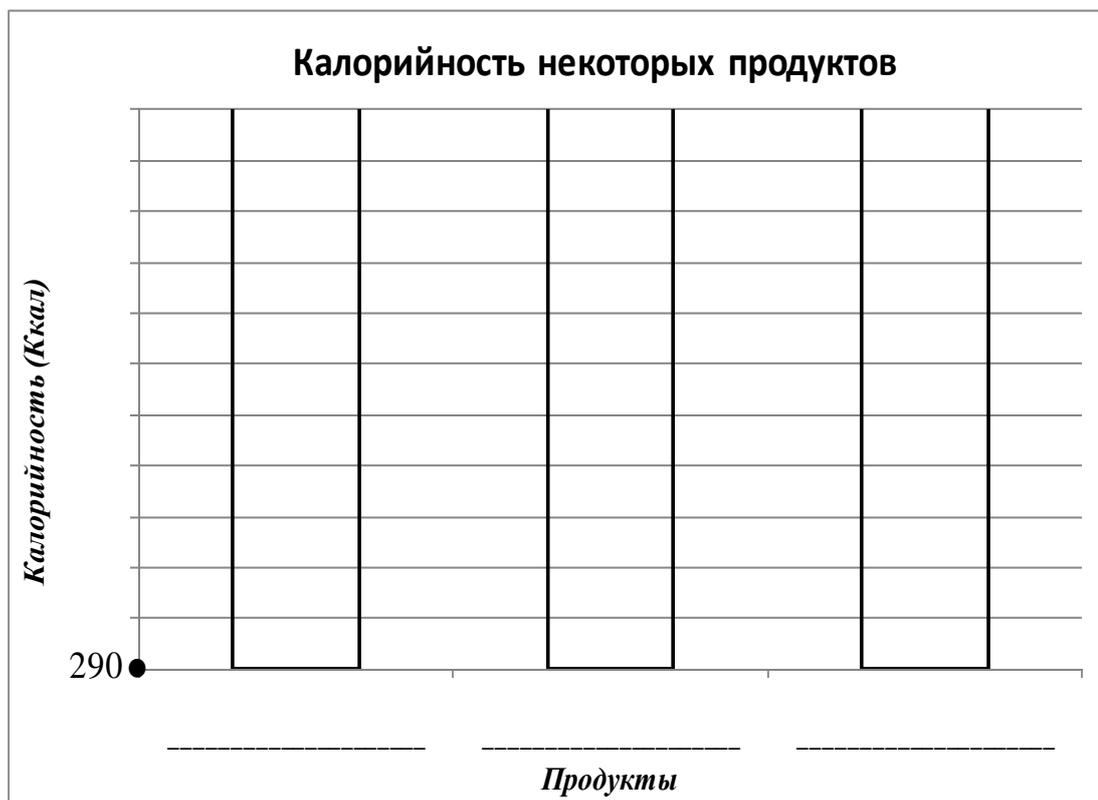
Продукт	Ккал. в 100 г продукта	Продукт	Ккал. в 100 г продукта
Апельсиновый сок	36	Зефир	295
Куриное яйцо	153	Хлеб пшеничный из муки I сорта	246
Каша овсяная	93	Ржаной хлеб	210
Кофе с молоком	56	Яблоки	48
Сахар	380	Сыр российский	370

На полдник Витя съел яблоко (200 г) и бутерброд с российским сыром (кусочек белого хлеба 20 г и сыра 30 г). Сколько килокалорий получил Витя в полдник?

Ответ: _____

Решение: _____

3. Представьте на диаграмме значения калорийности трёх самых калорийных продуктов из указанных в таблице.



МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ИНСТИТУТ СТРАТЕГИИ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ ОБРАЗОВАНИЯ

ОТКРЫТЫЙ БАНК ЗАДАНИЙ
для формирования
функциональной грамотности

Математическая грамотность, 6 класс

СПИСОК ЗАДАНИЙ

№ п/п	Название комплексного задания	Число отдельных заданий/вопросов	Источник (где размещены или опубликованы задания)
ЧАСТЬ 1			
1)	Акция в магазине	3	Открытый банк заданий 2020 (http://skiv.instrao.ru)
2)	Многоугольники	3	Открытый банк заданий 2020 (http://skiv.instrao.ru)
3)	Неделя математики	3	Открытый банк заданий 2020 (http://skiv.instrao.ru)
4)	Калорийность питания	3	Открытый банк заданий 2020 (http://skiv.instrao.ru)
ЧАСТЬ 2			
5)	Капли (Модуль 1)	3	Математическая грамотность. Сборник эталонных заданий. Выпуск 2: Учебное пособие для общеобразовательных организаций. В 2-х частях. Часть 1. Под редакцией Г. С. Ковалёвой, Л. О. Рословой. – М.; СПб.: Просвещение, 2020.
6)	Выставка фото (Модуль 1)	3	Там же
7)	Ремонт квартиры (Модуль 2)	3	Там же
8)	Часы (Модуль 2)	3	Там же

Разработчики заданий: Л.О. Денищева, К.А. Краснянская, О.А. Рыдзе.
Тестолог: К.П. Вергелес.

Демонстрационный вариант

Диагностическая работа для учащихся 7 классов

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ

ИНСТРУКЦИЯ для УЧАЩИХСЯ

Работа состоит из четырех заданий, каждое задание описывает одну ситуацию. В каждом задании два вопроса. Таким образом, всего в работе 8 вопросов, на которые вам необходимо будет дать ответ.

На выполнение работы отводится 40 минут.

Внимательно читайте описание ситуации, вчитывайтесь в условие, рассматривайте иллюстрации.

Обращайте внимание на то, в какой форме требуется дать ответ.

При ответе на вопрос с выбором ответа нужно указать все варианты ответа, которые вы считаете верными, поставив знак «✓».

При ответе на вопрос с кратким ответом записывайте ответ в специально отведенном месте после слова «Ответ».

В работе есть вопросы, к которым нужно не только дать ответ, но и записать обоснование, привести решение. В этих случаях написано: «Запишите ответ и приведите соответствующее обоснование», указано место для ответа и для вашего решения.

Задания выполняйте последовательно. Если не удаётся сразу найти ответ на поставленный вопрос, пропустите его и переходите к следующему. Если останется время, вы сможете вернуться к пропущенным заданиям или отдельным вопросам.

И не забывайте делать проверку полученного ответа.

Желаем успеха!

Выполните задания 1-4.

Задание 1. «Тормозной путь». Тормозным путём называется расстояние, которое прошло транспортное средство от момента нажатия на педаль тормоза до полной остановки. При движении автомобиля его тормозной путь зависит от его скорости, а также от состояния дорожного полотна, которое зависит от погодных условий.



Вопрос 1/2. Сотрудник дорожно-патрульной службы проводит занятие с водителями, нарушившими на дороге скоростной режим. Он просит их, используя данные представленные на диаграмме, выбрать в таблице верные утверждения.



Какие утверждения являются верными? Поставьте V.

<i>Утверждение</i>	<i>Верно</i>
1) Чем хуже состояние дороги, тем короче тормозной путь	
2) Чем больше начальная скорость, тем длиннее тормозной путь на сухом асфальте	
3) Длина тормозного пути на мокром асфальте более чем в 1,5 раза больше длины тормозного пути на сухом асфальте	

Вопрос 2/2. На занятиях с будущими водителями изучается, от каких параметров зависит тормозной путь автомобиля.



Для расчёта ориентировочной длины тормозного пути легкового автомобиля на практике используют формулу:

$$S = \frac{v^2}{254 \cdot k}, \text{ где}$$

S – тормозной путь (в метрах),

v – скорость автомобиля в момент начала торможения (в км/ч),

k – коэффициент сцепления шин с дорогой.

Эта формула удобна тем, что скорость в ней подставляется в км/ч, а длина выражается в метрах.

Значения k – коэффициента сцепления шин с дорогой приведены в таблице:

<i>Особенности движения автомобиля</i>	<i>Значение k</i>
по сухому асфальту	0,7
по мокрой дороге	0,4
по укатанному снегу	0,2
по обледенелой дороге	0,1

Автомобиль, двигавшийся по мокрой дороге со скоростью 60 км/ч, начал торможение.

Вычислите его тормозной путь, результат округлите до целого.

Ответ: _____

Задание 2. «Поездки на метро». В кассе метрополитена продают билеты на различное количество поездок (см. таблицу).

<i>Количество поездок</i>	1	2	20	40	60
<i>Стоимость билета, р.</i>	55	110	747	1494	1765

Билеты на одну и на две поездки действуют 5 дней с момента продажи (включая день продажи). Билеты на 20, 40, 60 поездок действуют 90 дней с момента продажи.

Вопрос 1/2. Лиза ездит на занятия в колледж на метро, поэтому купила билет на 40 поездок. Но поскольку Лиза заболела и не могла ездить на занятия некоторое время, она успела совершить только 36 поездок.



С учётом этого обстоятельства оправдала ли себя покупка билета на 40 поездок по сравнению с покупкой одноразовых билетов?

Запишите ответ и приведите соответствующее обоснование.

Ответ: _____

Обоснование: _____

Вопрос 2/2. Мама Лизы работает 5 дней в неделю и пользуется для поездки на работу и обратно метрополитеном. В другие дни она не пользуется метрополитеном.



Выгодно ли ей покупать билет на 60 поездок?

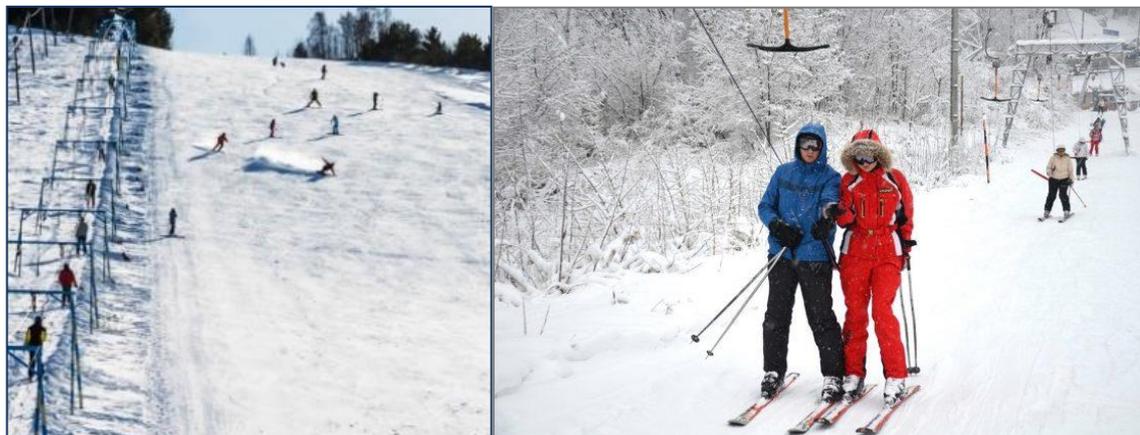
Запишите ответ и приведите соответствующее обоснование.

Ответ: _____

Обоснование: _____

Задание 3. «Бугельные подъемники». Для подъёма горнолыжников и сноубордистов к месту начала спуска используют различные типы горнолыжных подъёмников: гондольные, кресельные и бугельные

Бугельные подъёмники осуществляют подъём лыжников от нижней станции до верхней за счёт бугеля (перекладины) или тарелки, их вместимость – 1 или 2 человека.

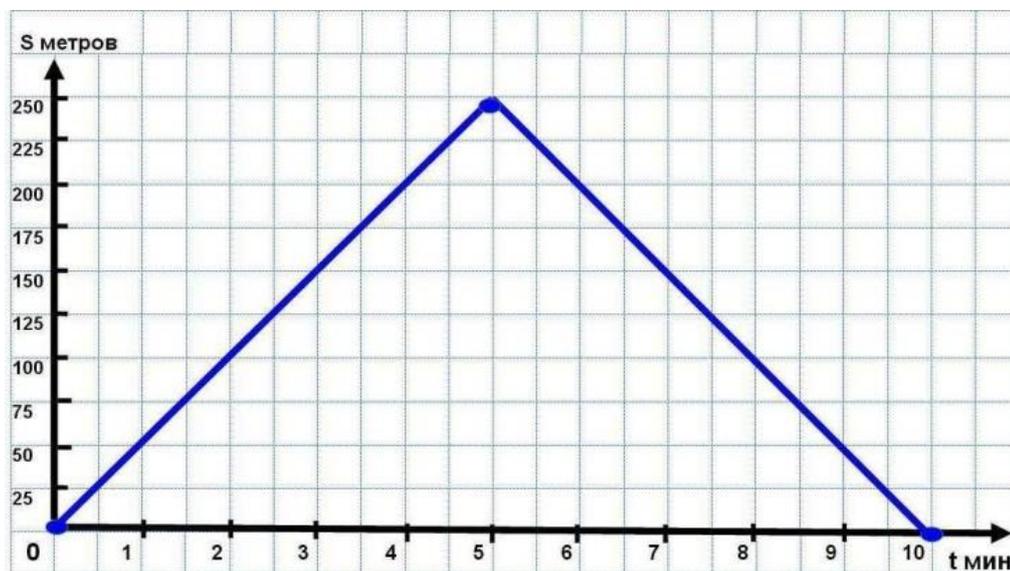


Характеристики двух бугельных подъёмников представлены в таблице.

Бугельный тип подъёмника	Длина трассы, м	Время подъёма, мин	Пропускная способность, чел./ч	Вместимость одного бугеля, чел.	
	А	250	5	600	1
	Б	180	4	360	2

Вопрос 1/2. На рисунке изображён график зависимости расстояния между бугелем и нижней станцией подъемника от времени движения.

По горизонтальной оси отложено время движения бугеля (в минутах), по вертикальной оси – расстояние от бугеля до нижней станции (в метрах).



Посмотрите на график и ответьте на вопросы:

А) Какое расстояние будет между бугелем и нижней станцией через 3 минуты после начала подъёма?

Ответ: _____

Б) Для какого подъемника (А или Б) представлен график зависимости?

Ответ: _____

Вопрос 2/2. Пропускная способность подъёмника – это количество лыжников, которые могут подняться от нижней станции до верхней в течение одного часа.



Что необходимо знать из приведённого ниже списка, чтобы подсчитать пропускную способность подъёмника? Поставьте V:

Характеристика	
1) Длина трассы подъёмника	
2) Вместимость одного бугеля	
3) Время подъёма бугеля с нижней станции до верхней	
4) Общее количество бугелей на подъёмнике	
5) Перепад высот между нижней и верхней станциями	

Задание 4. «Покупка телевизора». Телевизоры различаются не только моделями, но и длиной диагонали экрана. Традиционно диагональ экрана измеряют в дюймах: 1 дюйм \approx 2,54 см.



Вопрос 1/2. Семья Петровых решила купить телевизор и повесить его в гостиной в нише круглой формы. Диаметр ниши равен 1,6 м.



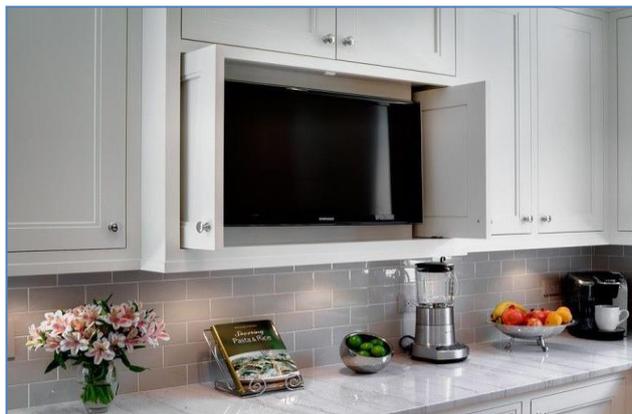
В магазине им предложили современные безрамочные телевизоры с диагоналями экранов: 50, 55, 60, 65, 70, 80, 85, 90 и 100 дюймов.

Из предложенных в магазине вариантов выберите телевизор, имеющий наибольшее значение диагонали экрана, подходящее Петровым.

Запишите ответ.

Ответ: _____

Вопрос 2/2. Семья Ивановых решила купить телевизор и повесить его на кухне в нише шкафа. Размер ниши: ширина – 80 см, высота – 60 см.



Сможет ли семья Ивановых разместить в нише широкоформатный телевизор с диагональю экрана 37 дюймов, если его высота равна 18 дюймам?

Запишите ответ и приведите соответствующее обоснование.

Ответ: _____

Обоснование: _____

Математическая грамотность

Характеристики заданий и система оценивания

Демонстрационный вариант диагностической работы для учащихся 7 классов

Задание 1. «Тормозной путь». 1 из 2.

Характеристики задания:

- **Содержательная область оценки:** *изменение и зависимости*
- **Компетентностная область оценки:** *интерпретировать*
- **Контекст:** *общественная жизнь*
- **Уровень сложности:** 1
- **Формат ответа:** множественный выбор
- **Объект проверки:** распознавать зависимости и интерпретировать данные, представленные на столбчатой диаграмме

Система оценивания

1 балл	Верные ответы: 2) и 3). Выбраны оба верных ответа, неверный ответ не выбран
0 баллов	Другие ответы или ответ отсутствует.

Задание 2. «Тормозной путь». 2 из 2.

Характеристики задания:

- **Содержательная область оценки:** *изменение и зависимости*
- **Компетентностная область оценки:** *применять*
- **Контекст:** *общественная жизнь*
- **Уровень сложности:** 2
- **Формат ответа:** развёрнутый
- **Объект проверки:** подсчёты по формуле с использованием данных таблицы и обоснованный выбор точности получаемых данных

Система оценивания

2 балла	Дан верный ответ: 35 м.
1 балл	Дан ответ: 35,4 м или 35,43.
0 баллов	Другие ответы или ответ отсутствует.

Задание 3. «Поездки на метро». 1 из 2.	
<p>Характеристики задания:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Содержательная область оценки: <i>неопределённость и данные</i> • Компетентностная область оценки: <i>применять</i> • Контекст: <i>личная жизнь</i> • Уровень сложности: 2 • Формат ответа: с развёрнутым решением • Объект оценки: реальные расчёты с извлечением данных из таблицы и текста, вычисления с рациональными числами. 	
Система оценивания	
2 балла	Дан верный ответ: да, оправдалась, приведено верное обоснование. Пример возможного обоснования: 1) $36 \times 55 = 1980$ (р.) – было бы потрачено Лизой на 36 одноразовых билетов; 2) потрачено 1494 р.; 3) $1980 > 1494$. Нахождение разности: $1980 - 1494 = 486$ (р.) не требуется, но ошибкой не считается.
1 балл	Дан верный ответ, данные из таблицы выбраны верно: 55 и 1494, решение приведено, но содержит арифметическую ошибку не принципиального характера.
0 баллов	Другие ответы или отсутствие ответа.

Задание 4. «Поездки на метро». 2 из 2.	
<p>Характеристики задания:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Содержательная область оценки: <i>количество</i> • Компетентностная область оценки: <i>интерпретировать</i> • Контекст: <i>личная жизнь</i> • Уровень сложности: 3 • Формат ответа: с развёрнутым решением • Объект оценки: вычисления с рациональными числами, реальные расчеты 	
Система оценивания	
2 балла	Выбран верный ответ: да, выгодно. Приведено решение (обоснование ответа). <i>Вариант возможного решения:</i> 1) рассчитаем стоимость одной поездки разных билетов: на 60 поездок - $1765 : 60 = 29,42$ р., на 40 поездок - $1494 : 40 = 37,35$ р.; на 20 поездок - $747 : 20 = 37,35$ р.; чем больше поездок, тем она дешевле; 2) билет действует 90 дней, $90 : 7$ – это примерно 13 недель; за 13 недель мама Лизы может совершить $13 \times 5 \times 2 = 130$ поездок на работу. Покупать билет на максимальное число поездок выгодно. <i>Другой вариант решения:</i> 1) за одну неделю мама делает $5 \times 2 = 10$ поездок; 2) 60 поездок она потратит за $60 : 10 = 6$ недель; 3) 6 недель – это $6 \times 7 = 42$ дня, а билет действует 90 дней. Билет на 60 поездок покупать выгоднее, так как чем больше поездок в билете, тем меньше стоимость одной поездки.
1 балл	Дан верный ответ, но обоснование не полное (например, нет пояснения, почему выгоден билет на 60 поездок), или дан верный ответ, но в обосновании отсутствует умножение на 2 (поездка в два конца).
0 баллов	Другие ответы или отсутствие ответа.

Задание 5. «Бугельные подъёмники». 1 из 2.	
Характеристики задания:	
<ul style="list-style-type: none"> • Содержательная область оценки: неопределенность и данные • Компетентностная область оценки: интерпретировать • Контекст: научная жизнь • Уровень сложности: 1 • Формат ответа: А) краткий ответ; Б) краткий ответ • Описание задания («объект оценки»): чтение и интерпретация данных, представленных в таблице и на графике 	
Система оценивания	
1 балл	Даны верные ответы на оба вопроса: А) 150 м; Б) А.
0 баллов	Другие ответы или ответ отсутствует.

Задание 6. «Бугельные подъёмники». 2 из 2.	
Характеристики задания:	
<ul style="list-style-type: none"> • Содержательная область оценки: количество • Компетентностная область оценки: формулировать • Контекст: научная жизнь • Уровень сложности: 3 • Формат ответа: множественный выбор • Описание задания («объект оценки») – интерпретация данных и величин, поиск зависимостей 	
Система оценивания	
2 балла	Дан ответ: 2, 3, 4.
1 балл	Дан ответ: 3, 4.
0 баллов	Другие ответы или ответ отсутствует.

Задание 7. «Покупка телевизора». 1 из 2.	
Характеристики задания:	
<ul style="list-style-type: none"> • Содержательная область оценки: пространство и форма • Компетентностная область оценки: рассуждать • Контекст: личная жизнь • Уровень сложности: 2 • Формат ответа: развёрнутый ответ • Описание задания («объект оценки») – зависимости между элементами фигур; окружность, диаметр; перевод из одной единицы измерения в другую; округление 	
Система оценивания	
2 балла	Дан верный ответ: 60
1 балл	Дан ответ: 55 или дан ответ: 65
0 баллов	Другие ответы или ответ отсутствует

Задание 8. «Покупка телевизора». 2 из 2.	
<p>Характеристики задания:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Содержательная область оценки: количество • Компетентностная область оценки: применять • Контекст: личная жизнь • Уровень сложности: 2 • Формат ответа: развёрнутый ответ • Описание задания («объект оценки»): нахождение величин, заданных отношением, составление пропорции, перевод из одной единицы измерения в другую 	
Система оценивания	
2 балла	<p>Дан верный ответ: нет; приведено верное обоснование.</p> <p><i>Примеры возможного обоснования:</i></p> <p><i>Вариант 1:</i></p> <p>1) $16 : 9 = x : 18$, $x = 32$ (дюйма) – ширина экрана (в дюймах);</p> <p>2) $18 \times 2,54 \approx 46$ см (или 45,7 см или 45,72 см) – высота экрана; 46 см < 60 см - высоты ниши; подходит;</p> <p>3) $32 \times 2,54 \approx 81$ см (или 81,28 см или 81,3 см) – ширина экрана; 81 см > 80 см - ширины ниши; не подходит.</p> <p><i>Вариант 2:</i></p> <p>1) $18 \times 2,54 \approx 46$ см (или 45,7 см или 45,72 см) – высота экрана; 46 см < 60 см - высоты ниши;</p> <p>2) $46 \times 16 : 9 \approx 82$ см (или 81,8 см или 81,77 см) – ширина экрана; 82 см > 80 см - ширины ниши;</p> <p>или: $45,7 \times 16 : 9 \approx 81$ см (или: 81,2 см; 81,24 см) – ширина экрана больше ширины ниши;</p> <p>или: $45,72 \times 16 : 9 \approx 81$ см (или: 81,3 см; 81,28 см) – ширина экрана больше ширины ниши.</p> <p>Ответ принимается полностью, если присутствует только одно сравнение - с шириной ниши.</p>
1 балл	<p>Дан верный ответ, приведено решение:</p> <p>1) которое содержит незначительные ошибки или опiski (в округлении чисел; при вычислении, но с наличием хотя бы одного сравнения с размерами ниши);</p> <p>2) с верными вычислениями ширины экрана (и высоты – не обязательно), но без сравнения с размерами ниши, например: $18 \times 2,54 = 45,72$ см - высота телевизора; $45,72 \times 16 / 9 = 81,28$ см - ширина телевизора;</p> <p>3) указано, что ширина телевизора превышает 80 см (без вычисления самой ширины телевизора) (однако, если указано, что телевизор по ширине будет больше, но без указания величины, то ответ не принимается).</p>
0 баллов	Другие ответы или ответ отсутствует.

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ИНСТИТУТ СТРАТЕГИИ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ ОБРАЗОВАНИЯ

ОТКРЫТЫЙ БАНК ЗАДАНИЙ
для формирования
функциональной грамотности

Математическая грамотность, 7 класс

СПИСОК ЗАДАНИЙ

№ п/п	Название комплексного задания	Число отдельных заданий/вопросов	Источник (где размещены или опубликованы задания)
ЧАСТЬ 1			
1)	Тормозной путь	2	Демонстрационный вариант 2019 (http://skiv.instrao.ru)
2)	Поездки на метро	2	Демонстрационный вариант 2019 (http://skiv.instrao.ru)
3)	Бугельные подъемники	2	Демонстрационный вариант 2019 (http://skiv.instrao.ru)
4)	Покупка телевизора	2	Демонстрационный вариант 2019 (http://skiv.instrao.ru)
ЧАСТЬ 2			
5)	Поступление в предпрофильный класс	2	Математическая грамотность. Сборник эталонных заданий. Выпуск 1: Учебное пособие для общеобразовательных организаций. В 2-х частях. Часть 2. Под редакцией Г.С. Ковалёвой, Л.О. Рословой. – М.; СПб.: Просвещение, 2020. 79 с., С. 6.
6)	Новая квартира	2	Там же, С. 8.
7)	Вязаные вещи	2	Там же, С. 39.
8)	Новое дорожное покрытие	2	Там же, С. 41.
ЧАСТЬ 3			
9)	Шкалы температур	2	Открытый банк заданий 2020 (http://skiv.instrao.ru)
10)	Ремонт комнаты	2	Открытый банк заданий 2020 (http://skiv.instrao.ru)
11)	Частота пульса при физической нагрузке	2	Открытый банк заданий 2020 (http://skiv.instrao.ru)
12)	Московский метрополитен	2	Открытый банк заданий 2020 (http://skiv.instrao.ru)
13)	Акции и скидки	2	Открытый банк заданий 2020 (http://skiv.instrao.ru)
14)	Конструкция строительной фермы	2	Открытый банк заданий 2020 (http://skiv.instrao.ru)

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ИНСТИТУТ СТРАТЕГИИ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ ОБРАЗОВАНИЯ

№ п/п	Название комплексного задания	Число отдельных заданий/ вопросов	Источник (где размещены или опубликованы задания)
15)	Экскурсия по заповеднику	2	Открытый банк заданий 2020 (http://skiv.instrao.ru)
16)	Предпраздничная распродажа	2	Открытый банк заданий 2020 (http://skiv.instrao.ru)

Разработчики заданий: Л.О. Рослова, Е.С. Квитко.

Тестолог: К.П. Вергелес.

ОТКРЫТЫЙ БАНК ЗАДАНИЙ
для формирования функциональной грамотности

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ

7 класс

ЧАСТЬ 3

Комплексное задание «Шкалы температур» (2 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

Шкалы температур

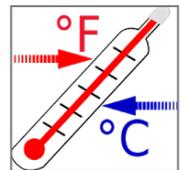
В России для измерения температуры воздуха и тела человека используется шкала Цельсия, а в США – шкала Фаренгейта.

Для пересчёта температурных значений пользуются формулами, представленными в таблице:

Формула	Перевод значения температуры
$^{\circ}\text{C} = (^{\circ}\text{F} - 32) : 1,8$	из шкалы Фаренгейта в шкалу Цельсия
$^{\circ}\text{F} = 1,8 \times ^{\circ}\text{C} + 32$	из шкалы Цельсия в шкалу Фаренгейта

1. Турист из США планирует через два дня прилететь в Санкт-Петербург и просит сотрудника российской турфирмы сообщить ему температуру в городе в день его прилёта.

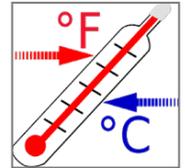
Используя приведённые формулы, определите, какую температуру по шкале Фаренгейта надо сообщить туристу из США, если по прогнозу погоды в городе ожидается 10°C .



Ответ: _____ $^{\circ}\text{F}$

2. Учащийся из России изучает английский язык в одной из частных школ Нью-Йорка, проживая в американской семье. В один из учебных дней он почувствовал себя плохо. Врач осмотрел его и сообщил, что он не может пойти в школу, так как температура его тела составляет 100 °F.

Чтобы понять, почему учащемуся следует остаться дома, определите температуру его тела в градусах Цельсия и оцените её в соответствии с информацией в таблице ниже.



<i>Температура тела, °C</i>	<i>Оценка температуры</i>
От 35 до 36,4	пониженная
От 36,5 до 37	нормальная
От 37,1 до 39	повышенная
Выше 39	высокая

Запишите температуру в градусах Цельсия и оценку температуры.

Температура тела, °C _____

Оценка температуры: _____

Комплексное задание «Ремонт комнаты» (2 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

Ремонт комнаты

Семья Марии делает ремонт в её комнате. План комнаты с замерами, которые сделала Мария, представлен ниже.

Комната имеет неправильную форму: три прямых угла, а вместо четвёртого угла она имеет стену округлой формы.



Для покрытия пола Мария выбрала ковровин. Ковровин продают в рулонах, от которых покупатель может попросить отрезать необходимое ему количество метров. Ширина рулона – 2 м.

Планируется полностью покрыть пол комнаты ковровином, без зазоров и нахлёстов.

Для справок:

$C = 2\pi R$ – длина окружности,

$S = \pi R^2$ – площадь круга,

где R – радиус круга.

Считайте, что $\pi = 3,14$.

1. Ширина рулона меньше длины и меньше ширины комнаты, поэтому, чтобы полностью покрыть пол комнаты, надо выложить вплотную один к другому несколько кусков ковровина перпендикулярно стене с окном.

А) Сколько кусков ковровина придётся выложить?

Ответ: _____

Б) Какова длина одного такого куска?

Ответ: _____

В) Какого наименьшего количества метров ковровина будет достаточно, чтобы полностью застелить пол в комнате Марии?

Ответ: _____

2. Из-за того, что один из углов комнаты – «круглый», ковровин обрезают по форме скругления.

Определите площадь остатков ковровина, получившихся в результате скругления. Ответ дайте в м^2 .

Запишите ответ и приведите соответствующее решение.

Ответ: _____

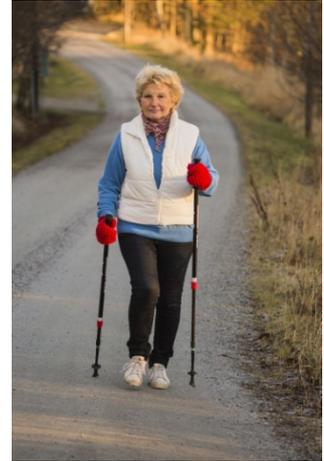
Решение: _____

Комплексное задание «Частота пульса при физической нагрузке»
(2 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

Частота пульса при физической нагрузке

Специалисты в области спортивной медицины рекомендуют следить за пульсом при физических нагрузках и ориентироваться на существующие нормы. Если пульс при тренировке превышает норму, нагрузка считается чрезмерной, если не дотягивает до нормы, то недостаточной.



Частота пульса измеряется в количестве ударов в минуту.

Бабушка попросила Ваню помочь ей рассчитать её персональную норму пульса при ходьбе. Ваня выяснил, что значение нормы зависит от возраста человека, поэтому используется *формула максимального пульса*: 220 минус количество полных лет.

1. Запишите формулу максимального пульса, используя следующие обозначения:

M – максимальный пульс;

N – количество полных лет.

Ответ: $M =$ _____

2. При ходьбе норма пульса составляет от 50% до 60% от максимального пульса конкретного человека.

Запишите значения нормы пульса, которые Ваня должен сообщить бабушке, если недавно ей исполнилось 60 лет.

Ответ: норма пульса при ходьбе для Ваниной бабушки составляет от _____ до _____ ударов в минуту.

Комплексное задание «Московский метрополитен» (2 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

Московский метрополитен



В кассе московского метрополитена продают билеты на различное число поездок (см. таблицу).

Число поездок	1	2	20	40	60
Стоимость билета, р.	55	110	747	1494	1765

1. Для проведения рекламной компании с целью увеличения покупок билетов на 40 поездок рекламной службе метрополитена необходимо сообщить пассажирам, сколько рублей можно сэкономить, покупая билет на 40 поездок (при условии использования всех поездок), по сравнению с покупкой одноразовых билетов?

Запишите ответ и приведите соответствующее решение.

Ответ: _____

Решение: _____

2. Билеты на одну и на две поездки действуют 5 дней с момента продажи (включая день продажи). Билеты на 20, 40, 60 поездок действуют 90 дней с момента продажи.

Не всегда удаётся, купив билет на определённое число поездок, совершить все поездки за отведённое количество дней. Например, пассажир, который рассчитывает на то, что он будет ездить на работу 5 дней в неделю, может надолго заболеть или неожиданно уехать в командировку.

Какое наименьшее число поездок надо совершить, чтобы стоимость билета на 40 поездок не превысила стоимости одноразовых билетов?

Ответ: _____

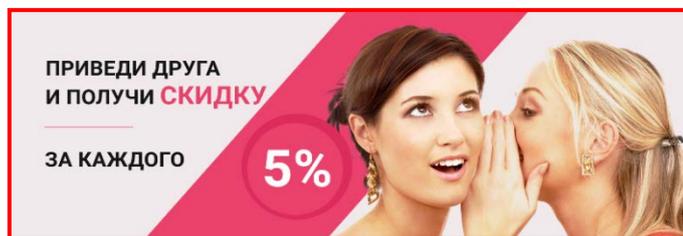
Комплексное задание «Акции и скидки» (2 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

Акции и скидки

Чтобы привлечь покупателей и распродать товар, магазины устраивают сезонные распродажи и различные предпраздничные акции.

1. В магазине косметических товаров проходит акция «Приведи друга и получи скидку», скидка зависит от количества привлечённых друзей – за каждого друга – скидка 5%, то есть 5 % за одного друга, 10 % за двух, 15 % за трёх и так далее.



- А) Лиза хочет получить скидку 50%. Сколько подруг она должна привести с собой?

Ответ: _____

- Б) Запишите величину скидки (в процентах) при условии, что величина скидки за одного друга равна N и привлечено n друзей.

Ответ: _____

2. В интернет-магазине действует акция «Получите скидку 90 % на второй товар в чеке». При оплате чека из двух приобретаемых товаров скидка распространяется на товар с наименьшей или с равной ценой.

Игорь со старшим братом покупают подарок маме и бабушке, всего у них 10 тыс. рублей. Они выбрали в интернет-магазине два товара стоимостью 6,8 тыс. р. и 8,2 тыс. р. Смогут ли они уложиться в имеющуюся у них сумму денег?

Запишите ответ и приведите соответствующее решение.

Ответ: _____

Решение: _____

Комплексное задание «Конструкция строительной фермы»
(2 задания).

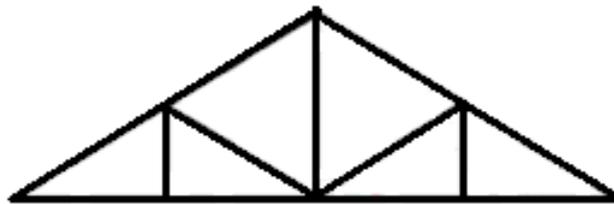
Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

Конструкция строительной фермы

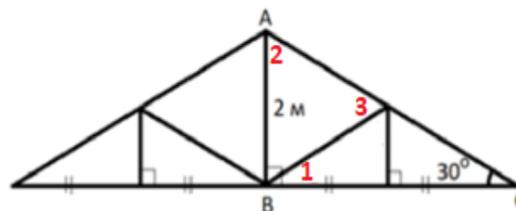
Строительная ферма – это стержневая конструкция, служащая в основном для перекрытия больших пролётов, например, при возведении мостов, промышленных зданий, спортивных сооружений, а также для строительства небольших лёгких павильонов и сценических конструкций.



Жёсткость конструкции обеспечивают составляющие её треугольники.



1. Рассмотрите чертёж и укажите величины всех углов, обозначенных цифрами 1, 2 и 3.



Угол 1 _____ °

Угол 2 _____ °

Угол 3 _____ °

2. Из-за обнаруженных дефектов необходимо заменить балку AC .

Измерить её непосредственно невозможно. Но известно, что угол наклона балки AC с горизонтальной балкой BC равен 30° , а высота вертикальной балки AB равна 2 м.

Определите длину балки AC по этим данным.

Запишите ответ и приведите соответствующее решение.

Ответ: _____

Решение: _____

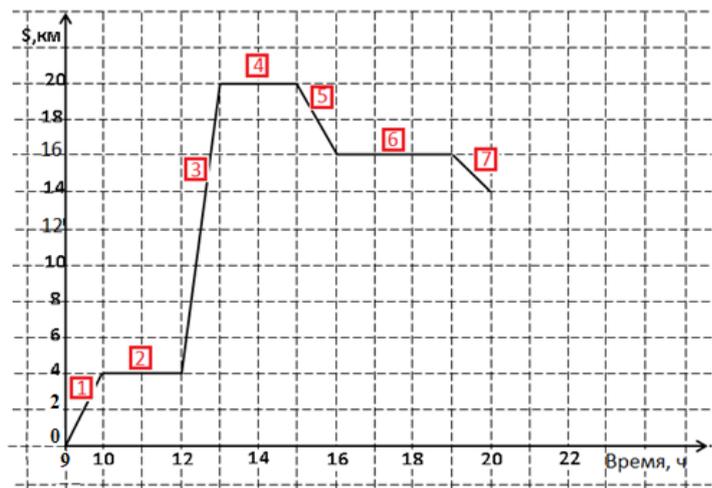
Комплексное задание «Экскурсия по заповеднику» (2 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

Экскурсия по заповеднику

Группа туристов отправилась на однодневную экскурсию по природно-этнографическому заповеднику. Начало маршрута – на туристической базе, окончание – в лесном лагере. В ходе экскурсии туристы посетили этнографическую деревню, совершили пешие переходы и на велосипедах, переправы через горную реку.

Среди туристов был математик, который описал их путь с помощью графика. На графике по горизонтальной оси он отложил время, по вертикальной – расстояние по маршруту, на котором туристы находятся от базы.



Дополнительная информация: В условиях пересечённой местности скорость пешехода по ровной грунтовой дороге – от 3 до 5 км/ч, скорость велосипедиста от 10 до 15 км/ч.

1. Какие утверждения НЕВЕРНЫ?

- Все перемещения по маршруту заняли у туристов 4 часа.
- Всего за день туристы преодолели 20 км.
- В 12 ч 30 мин туристы находились от турбазы на расстоянии 12 км.
- Туристы прибыли в лесной лагерь в 20 ч.
- Скорость движения на участке 3 равнялась 16 км/ч.
- Всё путешествие заняло у туристов 10 ч.

2. Среди туристов был и фотограф, который делал снимки в течение всего дня.

А



Б



В



Г



А) Какая фотография была сделана на участке 3?

Ответ: _____

Б) На каких участках маршрута могла быть сделана фотография А?

Ответ: _____

Комплексное задание «Предпраздничная распродажа» (2 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

Предпраздничная распродажа

Чтобы привлечь покупателей и распродать товар, магазины устраивают сезонные распродажи.



1. У торговой компании, продающей спортивную одежду и обувь, два магазина – «Спринт» и «Спурт». Ассортимент и цены на товары в этих магазинах одинаковые, но в период предпраздничной распродажи в магазинах ввели разные системы скидок.

Магазин «Спринт»	Магазин «Спурт»
Скидка за покупку: до 5 тыс. р. – 10 %, свыше 5 тыс. р. – 20 %	Скидка на второй товар в чеке – 10 %, скидка на третий товар в чеке – 20 % (товары в чеке располагаются в порядке уменьшения их стоимости)

Юра собирается купить кроссовки, футболку и бейсболку, которые до распродажи стоили: кроссовки – 2500 р., бейсболка – 1200 р., футболка – 700 р.

В каком магазине ему выгоднее сделать эту покупку?

Запишите ответ и приведите соответствующее решение.

Ответ: _____

Решение: _____

2. Магазин мужской одежды проводит предпраздничную акцию: «За покупку до 30 тыс. р. даётся скидка 5 %, а при покупке от 30 до 40 тыс. р. – скидка 10 %».

Покупатель выбрал костюм стоимостью 28 тыс. р. Продавец предлагает ему купить ещё и какой-нибудь аксессуар, чтобы получить скидку 10 %.

Покупатель выбрал шарф. Стоимость шарфа – 3 тыс. р.

Для каждого утверждения в таблице отметьте, верное оно или неверное.

Утверждение	Верно	Неверно
За костюм и шарф покупатель заплатил меньше, чем заплатил бы за один костюм со скидкой.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Покупка шарфа обошлась покупателю в 2,85 тыс. р.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
За счёт скидок покупатель примерно за одни и те же деньги купил не один товар, а два.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

ОТКРЫТЫЙ БАНК ЗАДАНИЙ
для формирования функциональной грамотности

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ

8 класс

ЧАСТЬ 1

Комплексное задание «Пособие на ребёнка» (2 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

Пособие на ребёнка

Семья имеет право получать от государства ежемесячное пособие на ребёнка в возрасте до трёх лет, если подходит под установленный критерий:

Если сложить все доходы семьи за последние 12 месяцев и разделить их на количество членов этой семьи (родителей и несовершеннолетних детей), а затем найденный средний среднедушевой доход разделить на 12, то на одного человека должно получиться меньше двух прожиточных минимумов, установленных в субъекте Российской Федерации для трудоспособного населения.

Семья Ивановых состоит из четырех человек (мама, папа и двое детей). Одному из детей ещё не исполнилось трёх лет, и семья хочет получать на него ежемесячное пособие.



https://aprlnr.su/uploads/posts/2019-06/1560950481_foto-semi.jpg

Доходы родителей за последние 12 месяцев указаны в таблице:

Член семьи	Доход за последние 12 месяцев, руб.
Мама – Иванова Мария Петровна	347 040
Папа – Иванов Сергей Андреевич	429 000

В субъекте Российской Федерации, где проживают Ивановы, размер прожиточного минимума для трудоспособного населения составляет 11 054 рубля.

1. Имеет ли право семья Ивановых получать ежемесячное пособие на ребёнка?

- Да
 Нет

Обоснование: _____

2. Приведите пример ежемесячного заработка Марии Петровны и Сергея Андреевича, при котором семья Ивановых не будет иметь право на ежемесячное пособие.

Ежемесячный заработок Ивановой Марии Петровны _____ руб.

Ежемесячный заработок Иванова Сергея Андреевича _____ руб.

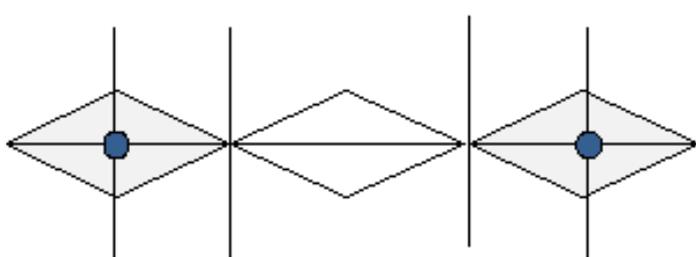
Обоснование: _____

Комплексное задание «Пропорции лица» (2 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

Пропорции лица

У большинства взрослых людей с правильными (симметричными) пропорциями лица промежуток между глазами, считая между их внутренними углами, равен ширине глаза, т.е. $3\frac{1}{2}$ см.



1. Межзрачковое расстояние PD– это расстояние между зрачками глаз (серединами глаз), измеряемое от центра одного зрачка до центра другого зрачка в миллиметрах.

Данное расстояние важно при изготовлении очков по рецепту, который выписывает врач.



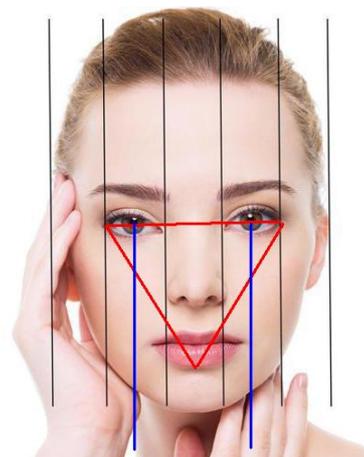
Вычислите межзрачковое расстояние PD, которое встречается у большинства взрослых людей с правильными пропорциями лица.

Ответ: _____ мм

2. В художественной школе учащимся дали задание нарисовать эскиз лица с правильными пропорциями.

Преподаватель дал подсказку по расположению глаз и губ на эскизе лица: «Если соединить линиями точки внешних углов глаз и точку середины края нижней губы, получится равносторонний треугольник».

Вычислите расстояние от линии глаз до точки середины края нижней губы, если на эскизе расстояние между внутренними углами глаз равно $3\frac{1}{2}$ см.



Выберите числовой промежуток, в котором находится значение данного расстояния, и приведите соответствующее обоснование.

- (7; 8)
- (8; 9)
- (9; 10)
- (10; 11)

Обоснование: _____

Комплексное задание «Кресельные подъемники» (2 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

Кресельные подъемники

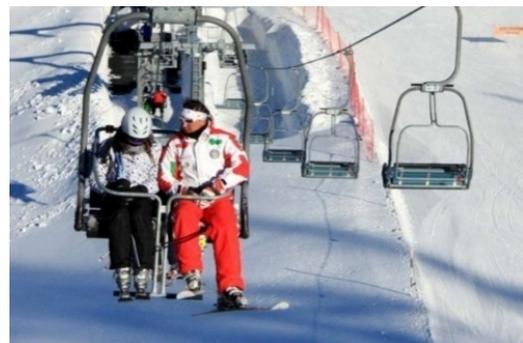
Для подъёма горнолыжников и сноубордистов к месту начала спуска используют различные типы горнолыжных подъемников: гондольные, кресельные и бугельные.

Кресельные подъемники оснащены креслами вместимостью на 2, 4 или 6 человек. В таблице ниже представлено описание двух кресельных подъемников.

<i>Длина трассы, м</i>	<i>Время подъёма до места начала спуска, мин</i>	<i>График работы подъемника</i>	<i>Вместимость одного кресла, чел.</i>
784	8	7:00 – 16:00	4
800	20	7:00 – 16:00	2



*Кресельный подъемник
на 4 человека*



*Кресельный подъемник
на 2 человека*

1. Анна и Сергей во время катания на лыжах используют при подъёме на гору 4-местный кресельный подъёмник, представленный в таблице. Спуск с горы на лыжах занимает у них 2 минуты.

А) Во сколько раз скорость спуска Анны и Сергея больше скорости подъёмника?

Ответ: _____

Б) Анна и Сергей начали кататься в 13:00, а в 16:30 должны сдать лыжное снаряжение в пункт проката. Если учесть только время подъёма и время спуска, то какое наибольшее число раз ребята смогут воспользоваться подъёмником?

Ответ: _____

2. Катаясь на сноуборде, Виктор пользуется для подъёма на гору 2-местным кресельным подъёмником, описание которого представлено в таблице выше.

Все кресла подъёмника пронумерованы по порядку числами от 1 до 20. От места подъёма к месту спуска кресла подъёмника движутся по часовой стрелке. В начале подъёма Виктор сел в кресло № 4.

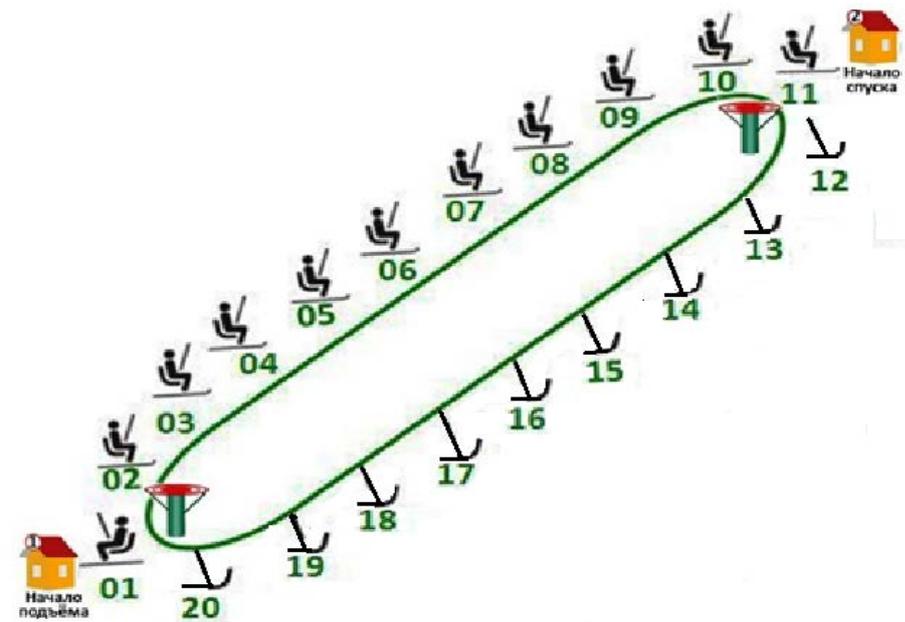


Рис. Схема движения кресельного подъёмника

Для каждого утверждения в таблице отметьте, верное оно или неверное.

Утверждение	Верно	Неверно
Расстояние между креслами подъёмника равно 40 м.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Если кресло № 4 поднимется вверх по трассе на 320 м от начала подъёма, то напротив него будет кресло № 16.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Кресло № 4 окажется напротив кресла № 10 через 12 мин от начала подъёма.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
На схеме движения подъёмника отображено расположение кабинки № 4 после 8 минут от начала движения с места посадки в кабинку.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Комплексное задание «Как быстро растёт факториал?» (2 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

Как быстро растёт факториал?

Десятиклассник Антон интересуется математикой. Ему нравится всё, что связано с числами. Но он столкнулся с тем, что не все любят большие числа и понимают «как они устроены».

Младший брат Антона, Тимофей, рассказал ему, что на последнем уроке математики они изучали факториал. Он понял, что факториал натурального числа n представляет собой произведение всех натуральных чисел от 1 до n :

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot (n - 1) \cdot n.$$

Тимофей попросил брата помочь ему разобраться с тем, почему учитель сказал, что факториал растёт очень быстро.

1. Антон предложил брату сравнить рост факториала с ростом квадратичной функции. Помогите ребятам заполнить таблицу и ответить на вопросы.

n	n^2	$n!$
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

А) $5! =$ _____; $5^2 =$ _____;

Ответ: _____

Б) Какая из функций растёт быстрее: n^2 или $n!$?

Ответ: _____

В) При каком наименьшем значении $n!$ значение $n!$ больше одного миллиона?

Ответ: _____

Г) Какое значение n^2 соответствует этому $n!$?

Ответ: _____

2. Антон задал брату вопрос: $10!$ секунд – много это или мало?

Чтобы ответить на этот вопрос, он предложил Тимофею выразить данное время в часах.

Дайте ответ и приведите соответствующее решение.

Ответ: $10!$ секунд – это _____ часов.

Решение: _____

Комплексное задание «Уход за лошадьми» (2 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

Уход за лошадьми

Мария работает на конноспортивной базе и ухаживает за группой из восьми лошадей. Их клички – Хан, Бремен, Анкор, Пегас, Лувр, Клевер, Сюрприз и Буцефал.



Нормы годового запаса кормов на одну лошадь

сено – 28 ц
корнеплоды – 7 ц
овёс – 26 ц

Примечание.
1 ц = 100 кг.

При расчётах считается, что в году 365 дней.

Основная обязанность Марии – кормление животных.

Норма одного приёма пищи взрослой лошади – 5,6 кг, в день у лошади 3 таких приёма пищи.

1. Сколько килограммов овса необходимо лошади в среднем на один приём пищи?

Запишите ответ и приведите один из вариантов решения. Округлите ответ до десятых.

Ответ: _____

Решение: _____

2. Мария знает, что за один приём пищи каждая из лошадей съедает: Хан, Брекен и Анкор – 1 норму, Пегас, Сюрприз, Буцефал и Клевер – 0,5 нормы, Лувр – 1,5 нормы.

Эту группу лошадей перевозят на загородную тренировочную базу. Для них требуется заранее закупить корм на неделю. Необходимо определить, сколько всего килограммов корма необходимо лошадям этой группы на неделю. Заказ должен быть выражен в килограммах и записан целым числом.

Запишите ответ и приведите соответствующее решение.

Заказ: _____ кг

Решение: _____

Комплексное задание «Первая линия московского метро» (2 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

Первая линия московского метро

На начало 2020 года в московском метрополитене насчитывалось 14 линий, на которых были расположены 228 станций. Большинство станций расположены под землёй, 10 находятся на поверхности, 5 – на мостах и эстакадах.



В таблице даны глубины заложения станций на части самой первой линии московского метро – Сокольнической. Знак «минус» означает, что станция расположена под землей, знак «плюс» – над поверхностью земли.

№	Название станции	Глубина заложения, м
1	Улица Подбельского	-8
2	Черкизовская	-9
3	Преображенская площадь	-8
4	Сокольники	-9
5	Красносельская	-8
6	Комсомольская	-8
7	Красные ворота	-31
8	Чистые пруды	-35
9	Лубянка	-33
10	Охотный ряд	-15
11	Библиотека имени Ленина	-12
12	Кропоткинская	-13
13	Парк культуры	-11
14	Фрунзенская	-42
15	Спортивная	-42
16	Воробьёвы горы	+10
17	Университет	-27
18	Проспект Вернадского	-8
19	Юго-Западная	-8

1. Для электронной презентации доклада о Сокольнической линии московского метро Антону необходимо представить статистическую информацию о глубине заложения станций на этой линии до её продления в 2016 году.

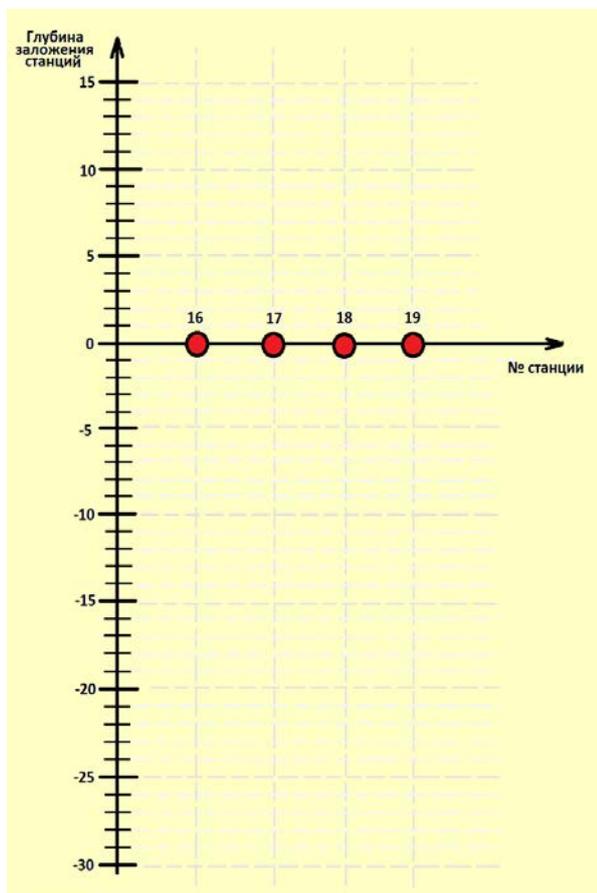
Найдите следующие средние характеристики (округляйте до целого):

среднее арифметическое: _____

медиана: _____

мода: _____

2. Постройте диаграмму глубины заложения четырёх станций Сокольнической линии московского метро – от станции «Воробьёвы горы» до станции «Юго-Западная».



Комплексное задание «Доставка обеда» (2 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

Доставка обеда

В ресторане японской кухни действуют следующие условия доставки:

стоимость доставки заказов до 990 рублей – 149 рублей;

от 990 рублей – доставка бесплатно.

Иван хочет заказать себе обед, состоящий из горячего блюда, салата и десерта. Цены представлены в таблице.

Горячие блюда		Салаты		Десерты	
Название блюда	Цена, руб.	Название блюда	Цена, руб.	Название блюда	Цена, руб.
Лапша с говядиной 	340	Японский салат 	325	Ореховый торт 	290
Гречка с курицей 	360	Летний салат 	250	Фруктовый кекс 	320
Острая курица 	325	Цезарь 	350	Сладкие роллы 	265
Котлеты с соусом 	390	Полезный салат 	295	Чизкейк 	310

1. Какую наименьшую сумму денег Иван заплатит за заказ из трёх блюд с учётом доставки?

Ответ: _____

2. Какой набор блюд может заказать Иван, если он хочет потратить как можно меньшую сумму денег, но при этом получить бесплатную доставку?

Найдите все возможные варианты.

Номер варианта	Горячее блюдо	Салат	Десерт
1			
2			
3			

Комплексное задание «Кулинарный колледж» (2 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

Кулинарный колледж



Наташа и Оля учатся в кулинарном колледже. Они изучают технологии приготовления различных блюд.

На занятиях по теме «Каша и блюда из круп» при вычислении массы готового продукта учащиеся считают, что:

- 1 порция – это 200 граммов готовой каши;
- из 1 кг пшённой крупы получается 4 кг готовой каши;
- для приготовления 1 кг готовой каши пшённой необходимо 0,8 л жидкости, из которой 40 % составляет вода и 60 % молоко.

1. На практическом занятии Наташа и Оля получили задание определить количество порций каши пшённой, которое можно приготовить из 3 кг пшена.

Сделайте расчёты и приведите ответ.

Ответ: _____ порций

2. Наташа и Оля должны рассчитать, сколько литров воды и сколько литров молока необходимо для приготовления 1 кг каши пшённой.

Сделайте расчёты и приведите ответ.

Ответ: _____ л воды

_____ л молока

ОТКРЫТЫЙ БАНК ЗАДАНИЙ
для формирования
функциональной грамотности

Математическая грамотность, 8 класс

СПИСОК ЗАДАНИЙ

№ п/п	Название комплексного задания	Число отдельных заданий/вопросов	Источник (где размещены или опубликованы задания)
ЧАСТЬ 1			
1)	Пособие на ребенка	2	Открытый банк заданий 2020 (http://skiv.instrao.ru)
2)	Пропорции лица	2	Открытый банк заданий 2020 (http://skiv.instrao.ru)
3)	Кресельные подъемники	2	Открытый банк заданий 2020 (http://skiv.instrao.ru)
4)	Как быстро растет факториал?	2	Открытый банк заданий 2020 (http://skiv.instrao.ru)
5)	Уход за лошадьми	2	Открытый банк заданий 2020 (http://skiv.instrao.ru)
6)	Первая линия московского метро	2	Открытый банк заданий 2020 (http://skiv.instrao.ru)
7)	Доставка обеда	2	Открытый банк заданий 2020 (http://skiv.instrao.ru)
8)	Кулинарный колледж	2	Открытый банк заданий 2020 (http://skiv.instrao.ru)
ЧАСТЬ 2			
9)	Аренда автомобиля	2	Математическая грамотность. Сборник эталонных заданий. Выпуск 2: Учебное пособие для общеобразовательных организаций. В 2-х частях. Часть 2. Под редакцией Г.С. Ковалёвой, Л.О. Рословой. – М.; СПб.: Просвещение, 2020.
10)	Устройства для хранения информации	2	Там же
11)	Колодец	2	Там же

Разработчики заданий: Л.О. Рослова, Е.С. Квитко, И.И. Карамова, Л.О. Денищева.
Тестолог: К.П. Вергелес.

ХАРАКТЕРИСТИКИ И СИСТЕМА ОЦЕНИВАНИЯ

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ

8 класс

ЧАСТЬ 1

Комплексное задание «Пособие на ребенка» (2 задания).

Пособие на ребенка. Задание 1.

Характеристики задания

- Содержательная область: Количество
- Компетентностная область: Применять
- Контекст: Личная жизнь
- Уровень сложности: Средний
- Формат ответа: Задание с развёрнутым ответом (в виде текста, рисунка или и рисунка, и текста)
- Объект оценки: Реальные денежные расчёты с извлечением данных из таблицы и текста, вычисления с рациональными числами, сравнение величин

Система оценивания

Код	Содержание критерия
2	<p>Дан ответ: «Да». Приведено верное обоснование. <i>Возможное обоснование:</i> 1) $(347040 + 429000) : 4 : 12 \approx 16\,167,5$(руб.); 2) $11054 \cdot 2 = 22\,108$ (руб.); $16\,167,5 < 22\,108$.</p>
1	<p>Дан ответ: «Нет». Приведено обоснование, где сравниваются числа 16 167,5 и 11054 (не все условия выполнены – сравнивают с одним прожиточном минимумом, а не с двумя). $(347040 + 429000) : 4 : 12 \approx 16\,167,5$ (руб.); $16\,167,5 > 11\,054$</p>
0	Другие ответы.

Пособие на ребенка. Задание 2.

Характеристики задания

- Содержательная область: Количество
- Компетентностная область: Рассуждать
- Контекст: Личная жизнь
- Уровень сложности: Средний
- Формат ответа: Задание с развёрнутым ответом (в виде текста, рисунка или и рисунка, и текста);
- Объект оценки: Реальные денежные расчёты с извлечением данных из таблицы и текста, вычисления с рациональными числами, сравнение величин

Система оценивания

Код	Содержание критерия
2	Любые примеры, в которых общая сумма ежемесячных заработков составляет не менее 88432 рублей. Приведено обоснование, в котором общая сумма заработков сравнивается с 88432 руб.
1	Любые примеры, в которых общая сумма ежемесячных заработков не менее 88432 рублей. Однако не приведено обоснование ответа, либо нет сравнения с числом 88432.
0	Другие ответы.

Комплексное задание «Пропорции лица» (2 задания).

Пропорции лица. Задание 1.

Характеристики задания

- Содержательная область: Пространство и форма
- Компетентностная область: Применять
- Контекст: Личная жизнь
- Уровень сложности: Низкий
- Формат ответа: Задание с кратким ответом
- Объект оценки: Распознавание фигуры, обладающие осевой симметрией; осознание роли оси симметрии в положении и форме фигуры

Система оценивания

Код	Содержание критерия
1	Дан верный ответ: 70.
0	Другие ответы.

Комплексное задание «Кресельные подъёмники» (2 задания).

Кресельные подъёмники. Задание 1.

Характеристики задания

- Содержательная область: Количество
- Компетентностная область: Рассуждать
- Контекст: Личная жизнь
- Уровень сложности: Средний
- Формат ответа: Задание с несколькими краткими ответами
- Объект оценки: Чтение и интерпретация данных, представленных в таблице

Система оценивания

Код	Содержание критерия
2	Даны два верных ответа: А) в 4 раза; Б) 18 раз.
1	Дан верный ответ на один из вопросов, на другой дан неверно или ответ отсутствует.
0	Другие ответы.

Кресельные подъёмники. Задание 2.

Характеристики задания

- Содержательная область: Неопределённость и данные
- Компетентностная область: Интерпретировать
- Контекст: Общественная жизнь
- Уровень сложности: Высокий
- Формат ответа: Задание с множественным выбором
- Объект оценки: Интерпретация данных, представленных в таблице и на схеме

Система оценивания

Код	Содержание критерия
2	Дан верный ответ: Неверное, Верное, Неверное, Неверное.
1	Даны три верных ответа, четвертый ответ дан неверно или отсутствует.
0	Другие ответы.

Комплексное задание «Как быстро растет факториал?» (2 задания).

Как быстро растет факториал? Задание 1.

Характеристики задания

- Содержательная область: Изменение и зависимости
- Компетентностная область: Применять
- Контекст: Научная жизнь
- Уровень сложности: Средний
- Формат ответа: Задание с несколькими краткими ответами
- Объект оценки: Понимание характера роста функции

Система оценивания

Код	Содержание критерия																																	
2	<p>Верно заполнена таблица, все три ответа даны верно.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th style="text-align: center;">n</th> <th style="text-align: center;">n^2</th> <th style="text-align: center;">$n!$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">1</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">2</td><td style="text-align: center;">4</td><td style="text-align: center;">2</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">3</td><td style="text-align: center;">9</td><td style="text-align: center;">6</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">4</td><td style="text-align: center;">16</td><td style="text-align: center;">24</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">5</td><td style="text-align: center;">25</td><td style="text-align: center;">120</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">6</td><td style="text-align: center;">36</td><td style="text-align: center;">720</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">7</td><td style="text-align: center;">49</td><td style="text-align: center;">5040</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">8</td><td style="text-align: center;">64</td><td style="text-align: center;">40320</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">9</td><td style="text-align: center;">81</td><td style="text-align: center;">362880</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">10</td><td style="text-align: center;">100</td><td style="text-align: center;">3628800</td></tr> </tbody> </table> <p>Верные ответы: А) $5! = 120$; $5^2 = 25$; Б) $n!$; В) 10 и 100.</p>	n	n^2	$n!$	1	1	1	2	4	2	3	9	6	4	16	24	5	25	120	6	36	720	7	49	5040	8	64	40320	9	81	362880	10	100	3628800
n	n^2	$n!$																																
1	1	1																																
2	4	2																																
3	9	6																																
4	16	24																																
5	25	120																																
6	36	720																																
7	49	5040																																
8	64	40320																																
9	81	362880																																
10	100	3628800																																
1	Верно заполнена таблица, дан верный ответ на вопрос Б, ответы на вопросы А и В даны не полностью, неверно или отсутствуют. ИЛИ: Таблица не заполнена, но ответы на все вопросы даны верно.																																	
0	Другие ответы.																																	

Как быстро растёт факториал? Задание 2.

Характеристики задания

- Содержательная область: Количество
- Компетентностная область: Интерпретировать
- Контекст: Научная жизнь
- Уровень сложности: Средний
- Формат ответа: Задание с развёрнутым ответом (в виде текста, рисунка или и рисунка, и текста)
- Объект оценки: Перевод величины из одной единицы измерения в другую.

Система оценивания

Код	Содержание критерия
2	<p>Дан верный ответ: 1008 часов. Приведено верное решение.</p> <p style="text-align: center;"><i>Возможное решение:</i></p> $10! : (60 \cdot 60) = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 / (3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 10) = 1 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 = 1008.$ <p style="text-align: center;">ИЛИ: взято значение 3628800 из таблицы и выполнены вычисления:</p> $3628800 : 3600 = 1008.$
1	Дан ответ: 1344 часов. ИЛИ: запись решения сделана верно, но допущена вычислительная ошибка.
0	Другие ответы.

Комплексное задание «Уход за лошадьми» (2 задания).

Уход за лошадьми. Задание 1.

Характеристики задания

- Содержательная область: Количество
- Компетентностная область: Применять
- Контекст: Образование/Профессиональная деятельность
- Уровень сложности: Низкий
- Формат ответа: Задание с развёрнутым ответом (в виде текста, рисунка или и рисунка, и текста)
- Объект оценки: Выполнять вычисления с рациональными числами

Система оценивания

Код	Содержание критерия
1	<p>Дан верный ответ: 2,4 кг. Приведён один вариант подсчёта.</p> <p><i>Возможные варианты подсчёта:</i></p> <p><i>Вариант 1:</i> $2600 : 365 : 3 \approx 2,4$ (кг)</p> <p><i>Вариант 2:</i> 1) $26 : (26 + 28 + 7) = 26 : 61 \approx 0,43$ 2) $5,6 \cdot 0,43 \approx 2,4$</p> <p><i>Вариант 3:</i> 1) $26 : (26 + 28 + 7) = 26 : 61 \approx 0,43$ 2) $6100 : (365 \cdot 3) = 5,57$ (ИЛИ: 2) $6100 : (365 \cdot 3) = 5,6$ 3) $5,57 \cdot 0,43 \approx 2,4$ (кг) (ИЛИ: 3) $5,6 \cdot 0,43 \approx 2,4$)</p>
0	Другие ответы.

Уход за лошадьми. Задание 2.

Характеристики задания

- Содержательная область: Количество
- Компетентностная область: Формулировать
- Контекст: Образование/Профессиональная деятельность
- Уровень сложности: Высокий
- Формат ответа: Задание с развёрнутым ответом (в виде текста, рисунка или и рисунка, и текста)
- Объект оценки: Округление по смыслу

Система оценивания

Код	Содержание критерия
2	<p>Дан верный ответ: 765 кг. Приведено верное решение.</p> <p><i>Возможное решение:</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1) $3 + 2 + 1,5 = 6,5$ норм; 2) $6,5 \cdot 5,6 = 36,4$ (кг) – на один приём пищи; 3) $36,4 \cdot 3 \cdot 7 \approx 764,4$ (кг) – всего на неделю; 4) Заказ – 765 кг, т.к. нельзя брать меньше, чем требуется по норме. <p>Также принимается ответ 761 кг с возможным вариантом решения:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) $6100 : (365 \cdot 3) = 5,57$ (кг) – норма одного приёма пищи взрослой лошади 2) $6,5 \cdot 5,57 = 36,205$ (кг) – на один приём пищи; 3) $36,205 \cdot 21 \approx 760,3$ (кг) – всего на неделю. <p>Заказать надо 761 кг, т.к. нельзя брать меньше, чем требуется лошади по норме.</p>
1	<p>Дан ответ: 764 или 760 (округление ответа до целого в меньшую сторону) или 756 (777) (округление 36,4 до целого в меньшую или большую стороны), при этом дано решение, показывающее, как получено данное значение.</p>
0	<p>Другие ответы.</p>

Комплексное задание «Первая линия московского метро» (2 задания).

Первая линия московского метро. Задание 1.

Характеристики задания

- Содержательная область: Неопределённость и данные
- Компетентностная область: Применять
- Контекст: Общественная жизнь
- Уровень сложности: Средний
- Формат ответа: Задание с несколькими краткими ответами
- Объект оценки: Вычисление статистических средних заданного набора данных

Система оценивания

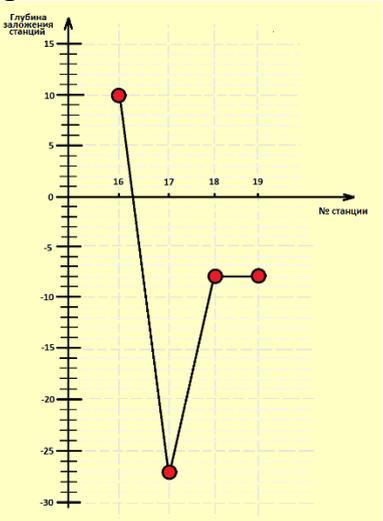
Код	Содержание критерия
2	Даны три верных ответа: <i>среднее арифметическое: -17; медиана: -11; мода: -8.</i>
1	Верно даны два из трёх ответов, один ответ дан неверно или отсутствует.
0	Другие ответы.

Первая линия московского метро. Задание 2.

Характеристики задания

- Содержательная область: Неопределённость и данные
- Компетентностная область: Применять
- Контекст: Общественная жизнь
- Уровень сложности: Высокий
- Формат ответа: Задание на построение
- Объект оценки: Построение диаграммы

Система оценивания

Код	Содержание критерия
1	Диаграмма построена верно. 
0	Другие ответы.

Комплексное задание «Доставка обеда» (2 задания).

Доставка обеда. Задание 1.

Характеристики задания

- Содержательная область: Неопределённость и данные
- Компетентностная область: Формулировать
- Контекст: Личная жизнь
- Уровень сложности: Низкий
- Формат ответа: Задание с кратким ответом
- Объект оценки: Реальные расчёты с извлечением данных из таблицы и текста, вычисления с натуральными числами

Система оценивания

Код	Содержание критерия
1	Дан верный ответ: 989 рублей. ($325 + 250 + 265 + 149 = 989$)
0	Другие ответы или ответ отсутствует.

Доставка обеда. Задание 2.

Характеристики задания

- Содержательная область: Неопределённость и данные
- Компетентностная область: Рассуждать
- Контекст: Личная жизнь
- Уровень сложности: Высокий
- Формат ответа: Задание с несколькими краткими ответами
- Объект оценки: Перебор вариантов с использованием данных таблицы, реальные расчёты с извлечением данных из таблицы и текста, вычисления с целыми числами

Система оценивания

Код	Содержание критерия				
2	Дан верный ответ: В таблицу занесены три варианта набора на наименьшую сумму в 995 рублей:				
		Номер варианта	Горячее блюдо	Салат	Десерт
		1	Котлеты с соусом	Полезный салат	Чизкейк
		2	Острая курица	Цезарь	Фруктовый кекс
3	Гречка с курицей	Японский салат	Чизкейк		
1	В таблицу занесён хотя бы один верный набор.				
0	Другие ответы.				

Комплексное задание «Кулинарный колледж» (2 задания).

Кулинарный колледж. Задание 1.

Характеристики задания

- Содержательная область: Количество.
- Компетентностная область: Применять.
- Контекст: Образование/профессиональная деятельность
- Уровень сложности: Низкий
- Формат ответа: Задание с кратким ответом
- Объект оценки: Отношение пропорциональных величин, реальные расчёты

Система оценивания

Код	Содержание критерия
1	Дан верный ответ: 60 порций.
0	Другие ответы.

Кулинарный колледж. Задание 2.

Характеристики задания

- Содержательная область: Количество.
- Компетентностная область: Формулировать
- Контекст: Образование/профессиональная деятельность
- Уровень сложности: Низкий
- Формат ответа: Задание с несколькими краткими ответами
- Объект оценки: Отношение пропорциональных величин, нахождение процента от числа, реальные расчёты

Система оценивания

Код	Содержание критерия
1	Даны верные ответы: 0,32 л воды и 0,48 л молока.
0	Другие ответы.

ОТКРЫТЫЙ БАНК ЗАДАНИЙ
для формирования функциональной грамотности

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ

9 класс

ЧАСТЬ 1

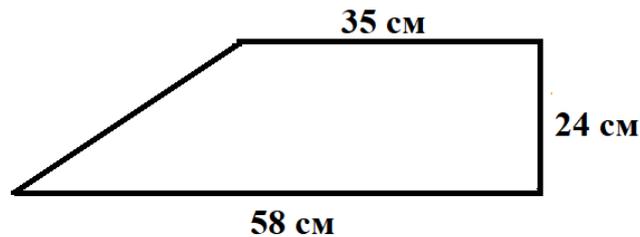
Комплексное задание «Полочка в шкафу» (2 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

Полочка в шкафу

Чтобы сделать полку в шкафу, Юра ищет кусок фанеры подходящего размера. Полка должна иметь форму прямоугольника со сторонами 22 см и 38 см.

Один из друзей предложил ему лист фанеры в форме прямоугольной трапеции с основаниями 58 см и 35 см, высотой 24 см.



Подойдёт ли этот лист?



Юра попросил своих друзей – Кирилла, Ивана и Илью – помочь ему ответить на этот вопрос.

1. Мнения Кирилла и Ивана разошлись.

Кирилл: Я считаю, что лист фанеры подойдёт, если площадь листа фанеры больше площади полки.

Иван: Я считаю, что любой лист фанеры не подойдёт, если бóльшая сторона полки больше, чем меньшее основание листа фанеры.

Согласны ли вы с аргументами ребят? Подчеркните нужное. Если не согласны, приведите контрпример.

Мнение Кирилла: *Согласен / Не согласен*

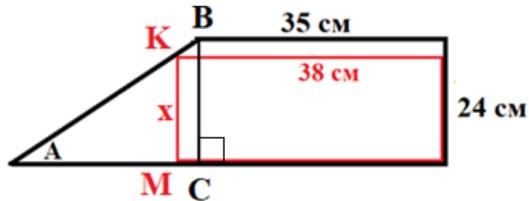
Контрпример: _____

Мнение Ивана: *Согласен / Не согласен*

Контрпример: _____

2. Илья сделал чертёж и предложил такое решение:

«Предположим, что наш прямоугольник, бо́льшая из сторон которого равна 38 см, разместился внутри трапеции так, что его вершина оказалась на боковой стороне трапеции.



Найдём x – длину смежной стороны этого прямоугольника. Это наибольший из прямоугольников со стороной 38 см, который можно разместить внутри трапеции. Если смежная сторона прямоугольника больше x , то его разместить внутри трапеции нельзя.

BC – высота трапеции. Из подобия треугольников ABC и AKM находим x :

$$\frac{AM}{AC} = \frac{x}{BC}, \frac{58-38}{23} = \frac{x}{24}, \frac{20}{23} = \frac{x}{24}, x = 20,9 \text{ (см)}.$$

20,9 (см) < 22 (см) (длины меньшей стороны полки).

Значит, прямоугольник со сторонами 38 и 22 см нельзя разместить внутри данной трапеции».

Какие геометрические факты использовал Илья в своём решении?

Отметьте **все** верные варианты ответа.

- противоположные стороны прямоугольника равны
- в прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов (теорема Пифагора)
- если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого треугольника, то треугольники подобны (первый признак подобия треугольников)
- высота прямоугольной трапеции разбивает её на прямоугольник и прямоугольный треугольник
- параллельные прямые отсекают на секущих пропорциональные отрезки (теорема Фалеса)

Комплексное задание «Игра в лото» (2 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

Игра в лото

При игре в лото используют непрозрачный мешок с деревянными бочонками, на торце каждого из которых нанесены числа от 1 до 90. За один ход ведущий наугад вынимает из мешка по одному бочонку и называет соответствующее число.



У каждого игрока есть карточка в форме прямоугольника, разделённого на 3 горизонтальных и 9 вертикальных рядов, всего 27 ячеек. В каждом горизонтальном ряду расположено по 5 чисел в произвольном порядке, всего 15 чисел. Остальные клетки пустые.



Игрок должен закрыть бочонками все ячейки с числами. Выигрывает тот, кто сделает это первым.

1. А) На карточке Тимофея одно однозначное число, остальные – двузначные. Какова вероятность того, что первым ходом ведущий вынет бочонок с любым однозначным числом?

Ответ: _____

- Б) Тимофей родился 15 декабря, поэтому считает число 15 своим счастливым числом. Какова вероятность того, что первым ходом ведущий вынет бочонок с числом, кратным 15?

Ответ: _____

2. На карточке Тимофея три числа с двумя одинаковыми цифрами – 22, 77 и 88. Ведущий делает первый ход. Какова вероятность того, что ведущий вынет бочонок с одним из этих чисел?

Ответ: _____

Комплексное задание «Олимпийские медали» (2 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

Олимпийские медали

Как известно, олимпийские медали бывают разного достоинства: золотые, серебряные и бронзовые. На XXII Олимпийских зимних играх, которые прошли в 2014 году в Сочи, было вручено рекордное число серебряных медалей: 97 наград.



Серебряные олимпийские медали, вручённые в Сочи, имеют диаметр 100 мм, толщину 10 мм и массу 525 граммов. Изготовлены эти медали из серебра 925 пробы.

Справочные сведения

1. Проба указывает на содержание драгоценного металла (его массу или его долю) в используемом сплаве: серебро 925 пробы представляет собой сплав, состоящий из 92,5% серебра и 7,5% меди.
2. Формула для вычисления объёма цилиндра:

$$V_{\text{цилиндра}} = S_{\text{основания}} * h.$$

1. А) Какова масса 97 серебряных медалей? Ответ дайте в кг. Результат округлите до целого.

Ответ: _____

- Б) Какова примерная масса серебра, израсходованного на изготовление одной серебряной медали XXII Зимних Олимпийских игр?

Результат округлите до целого.

Ответ: _____

2. Можно ли уложить эти 97 серебряные олимпийские медали во взломоогнестойком сейфе, характеристики которого даны в таблице?

Характеристики сейфа

Огнестойкость	60Б
Взломостойкость	1 класс
Размеры внешние, мм: высота × ширина × глубина	785 × 540 × 490
Размеры внутренние, мм: высота × ширина × глубина	600 × 390 × 300
Вес, кг	155
Объём, л	70,2

Ответ: _____

Решение: _____

Комплексное задание «Дорога до дачи» (3 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-3.

Дорога до дачи

Всем хорошо известно, как важны хорошие дороги, по которым можно в кратчайшие сроки перевозить необходимые грузы и перемещаться пассажирам.

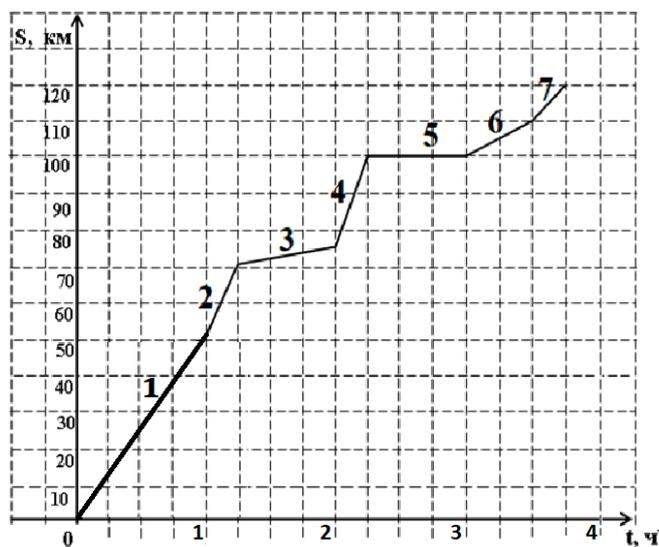


На автомобильной трассе М4 «Дон» в пределах Московского региона ввели в эксплуатацию три скоростных участка, на которых можно развивать скорость до 130 км/час.

Скоростные участки трассы расположены от Москвы: первый – от отметки 51 км до отметки 71 км; второй – от отметки 76 км до отметки 103 км, третий – от отметки 113 км до отметки 120 км.

В субботу семья Ивановых выехала на автомобиле на дачу, которая расположена в 120 км от Москвы. В 8 ч утра они начали движение по трассе «Дон» и воспользовались скоростными её участками.

График их движения по трассе изображён на рисунке.



1. Определите, какие утверждения относительно характеристик движения автомобиля с дачниками являются верными.

- Скоростные участки трассы обозначены на графике цифрами 2, 4 и 7.
- До первого скоростного участка трассы семья доехала за 45 минут.
- За второй час поездки Ивановы проехали примерно 75 км.
- Ивановы приехали на дачу в 12.00.

2. Опишите, что могло произойти на 100-м километре трассы. Ответ поясните.

Ответ: _____

3. На участке трассы от отметки 71 км до отметки 76 км идут дорожные работы по соединению двух первых скоростных участков в единый скоростной участок. За какое наименьшее время можно будет преодолевать этот объединённый скоростной участок после завершения дорожных работ?

Ответ дайте в минутах.

Ответ: _____

Решение: _____

Комплексное задание «Как измерить ширину реки» (3 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-3.

Как измерить ширину реки

Саша готовится к туристическому походу, в котором придётся преодолевать водные преграды. Чтобы организовать навесную переправу, надо знать ширину реки. Как измерить ширину реки в походных условиях?

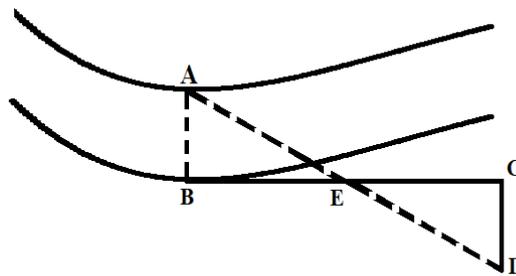


В Интернете Саша нашёл несколько способов, как можно измерить ширину реки. Вот один из них:

«Ширину небольшой реки можно измерять при помощи метода шагов. Оборудование: колышек, рулетка или мерная лента.

Алгоритм действий:

1. Встаньте у реки, лицом к противоположному берегу, это точка *B*.
2. Заметьте на противоположном берегу какой-либо ориентир, например, дерево, это точка *A*.
3. Повернитесь направо на 90° и отсчитайте 50 шагов.
4. Установите второй ориентир, например, палку, это точка *E*.
5. В том же направлении пройдите ещё 50 шагов, это точка *C* (отметьте её колышком).
6. Снова развернитесь направо, как можно точнее сохраняя угол в 90° . Начинайте движение, держа в поле зрения оба ориентира – *A* и *E*.
7. Когда ориентиры окажутся на одной с вами линии, остановитесь, это точка *D*.



Расстояние от точки *C* до точки *D* и будет шириной реки. Его можно измерить, например, рулеткой».

1. Действительно ли расстояние CD равняется ширине реки AB ? Докажите это.

Доказательство: _____

2. У Саши нет рулетки необходимой длины, поэтому он решил измерить расстояние от точки C до точки D шагами.

Саша узнал, что приближённо длину своего шага можно определить по формуле зависимости длины шага от роста:

$$D = \frac{P}{4} + 0,37,$$

где D – длина одного шага (в метрах),

P – рост человека (в метрах).

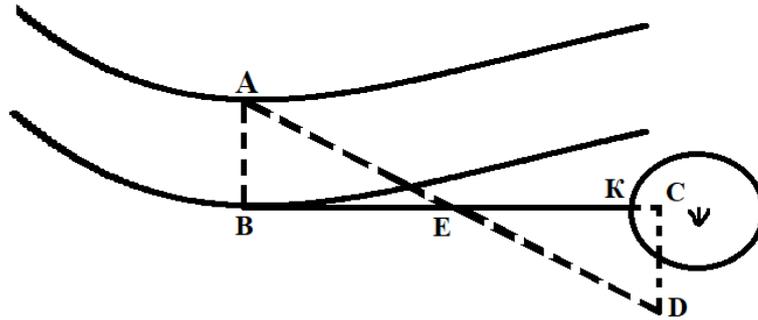
Воспользовавшись этой формулой, определите, чему будет равна ширина реки (в метрах), если от точки C до точки D Саша сделает 30 шагов. Рост Саши 180 см.

Результат округлите до целого.

Ответ: _____

Решение: _____

3. Выполняя измерения на местности, Саша столкнулся с неожиданным препятствием: от точки E он смог сделать только 40 шагов, так как на его пути оказался заболоченный участок (см. рисунок ниже).



Каким образом Саша может завершить свои измерения? Укажите способ, который он может применить, и приведите его обоснование.

Способ: _____

Обоснование: _____

Комплексное задание «Стеллаж из ящиков» (2 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

Стеллаж из ящиков

Из нескольких одинаковых ящиков в форме куба сделали стеллаж, изображённый на фото. Сторона куба равна 30 см.



1. Решено доработать стеллаж и сделать две дверцы, которые закрыли бы ниши, образованные стенками соседних ящичков. На фото они обозначены цифрами 1 и 2.



Для каждой дверцы:

а) укажите в таблице соответствующую её форме геометрическую фигуру: равносторонний треугольник, равнобедренный треугольник, квадрат, ромб, трапеция;

б) вычислите длины сторон и величины углов выбранных фигур, занесите их в таблицу.

Дверца	Геометрическая фигура	Длины сторон (через запятую)	Величины углов (через запятую)
1			
2			

2. Можно ли разместить такой стеллаж в стенной нише, если высота ниши составляет 1 м?

Ответ: _____

Решение: _____

Комплексное задание «Куриные яйца» (3 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-3.

Куриные яйца

По действующим российским стандартам маркировка должна быть на каждом яйце, произведённом на птицефабрике.



Первый знак в маркировке означает **допустимый срок хранения**:

- буква «Д» обозначает диетическое яйцо, такие яйца реализуются в течение 7 дней;
- буква «С» обозначает столовое яйцо, которое реализуется в течение 25 дней.

На яйце указывается дата его выпуска (*дата сортировки*).

Второй знак в маркировке означает **категию** яйца в зависимости от его массы.

На птицефабрике проводится сортировка партии куриных яиц по их массе и распределение по стандартным категориям. Доля яиц каждой категории (в %) в данной партии показана в таблице.

<i>Масса, г</i>	35–44,9	45–54,9	55–64,9	65–74,9	75–85
<i>Категория</i>	Третья (3)	Вторая (2)	Первая (1)	Отборное яйцо (O)	Высшая (B)
<i>Доля</i>	10%	32%	34%	18%	6%

1. Для яйца, изображённого на фото, укажите дату, до которой яйцо должно было быть реализовано.

Учтите, что в феврале 2013 года было 28 дней.

Запишите дату следующим образом:

ДД.ММ.ГГГГ – сначала запишите день (две цифры), затем – порядковый номер месяца в году (две цифры), в конце – год (четыре цифры).

Дата: ____ . ____ . ____ .

2. Какова средняя масса яиц данной партии?

Ответ дайте в граммах. Результат округлите до целого.

Ответ: _____

3. Найдите вероятность того, что случайно выбранное из этой партии яйцо:

А) относится к высшей категории;

Ответ: _____

Б) имеет массу 55 и более граммов.

Ответ: _____

Комплексное задание «Велосипедное колесо» (2 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

Велосипедное колесо

Велосипедное колесо состоит из металлического обода, втулки со спицами и покрышки с камерой.

При покупке покрышек для велосипеда их размер определяется по наружному диаметру металлического обода велосипедного колеса.

На обод монтируется велосипедная покрышка с камерой.



Обод велосипедного колеса изготавливают диаметром **10; 12; 16; 18; 20; 24; 26; 27,5; 28** или **29** дюймов.

Для справок:

При вычислениях считайте, что:

1 дюйм = 2,54 см;

$\pi = 3,14$.

1. Ниже показаны четыре вида велосипедов с разными диаметрами обода колеса.

<p>1. Горный велосипед</p>  <p>Диаметр обода – 24 дюйма</p>	<p>2. Спортивный велосипед</p>  <p>Диаметр обода – 29 дюймов</p>
<p>3. Детский велосипед</p>  <p>Диаметр обода – 16 дюймов</p>	<p>4. Велосипед тандем</p>  <p>Диаметр обода – 20 дюймов</p>

А) Велосипед какого вида сможет пройти наибольшее расстояние за один полный оборот обода?

Отметьте верный вариант ответа.

- Горный велосипед
- Спортивный велосипед
- Детский велосипед
- Велосипед тандем

Б) Если перечисленные велосипеды будут двигаться в течение одного и того же количества времени с одинаковой постоянной скоростью, то обод колеса велосипеда какого вида сделает наибольшее количество оборотов во время езды?

Отметьте верный вариант ответа.

- Горный велосипед
- Спортивный велосипед
- Детский велосипед
- Велосипед тандем

2. Чтобы ехать на велосипеде, нужно крутить педали. Вращение педалей велосипеда обеспечивает вращение его колес.

Составьте формулу для вычисления количества оборотов N велосипедного колеса, сделанных во время езды на велосипеде на расстоянии S (в см) с одинаковой постоянной скоростью, если диаметр обода d (в дюймах), а высота покрышки с камерой, установленной на обод, равна 2 см.



Ответ: _____

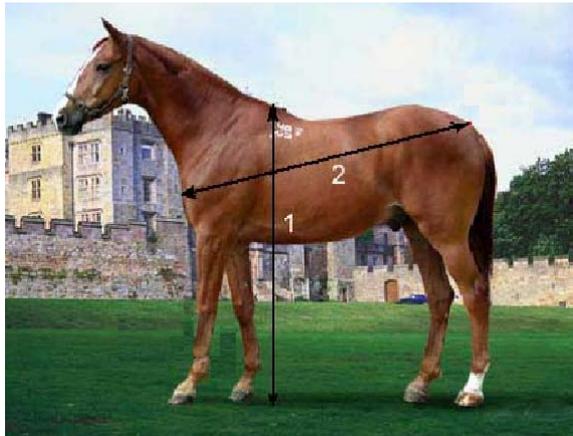
Комплексное задание «Конкур» (2 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

Конкур

Конкур — олимпийский конный вид спорта по преодолению препятствий, установленных в определённом порядке. Соревнования проходят на специальном поле для конкура.

Выбирая лошадь для конкура, обращают внимание, прежде всего, на рост в холке и косую длину туловища.



На фото цифрами обозначены:

1. Рост в холке, H (см);
2. Косая длина туловища, L (см).

Для конкура эти характеристики должны удовлетворять условиям:

- Нижняя допустимая граница высоты в холке – 167 см, верхняя – 177 см;
- Косая длина туловища не должна быть меньше высоты в холке и не должна превышать её более чем на 4 см.

1. При подготовке рекомендаций специалистам, которые занимаются отбором лошадей для конкурса, словесные формулировки заменяют на математические выражения. Запишите в виде двойных неравенств значения характеристик H и L , которые удовлетворяют условиям конкурса.

Ответ: _____

2. На конноспортивной базе несколько лошадей. Укажите в ответе номера тех из них, которые удовлетворяют условиям конкурса.

№	Кличка лошади	Высота в холке, см	Косая длина туловища, см
1	Анкор	177	180
2	Бремен	178	178
3	Пегас	161	164
4	Буцефал	170	176
5	Хан	166	165
6	Лувр	175	173
7	Марлон	172	172
8	Кавказ	164	168
9	Айс	180	181
10	Сюрприз	158	160

Запишите номера в порядке возрастания без пробелов и знаков препинания.

Ответ: _____

Комплексное задание «Деревенский колодец» (2 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

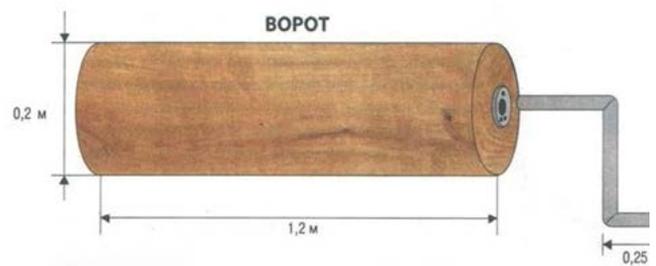
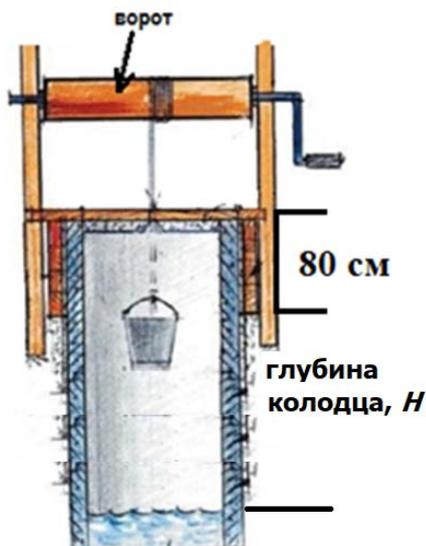
Деревенский колодец

Деревенский колодец представляет собой крытую бревенчатую шахту с воротом, к которому цепью крепится ведро.

Ворот вращается ручкой. При вращении ручки ворот поворачивается, цепь постепенно наматывается на него, и ведро с водой поднимается на поверхность. За один поворот ручки ворот делает полный оборот вокруг оси, и на нём появляется один виток цепи.



Диаметр ворота равняется обычно от 20 до 22 см.



Формулы для справок:

$S = \pi R^2$ – площадь круга,

$C = 2\pi R$ – длина окружности,

где R – радиус круга.

Считайте, что $\pi = 3,14$.

1. А) При поднятии воды из колодца, диаметр ворота которого равен 20 см, сделали 20 оборотов ручкой. Высота деревянного сруба над землей – 80 см.

Найдите глубину колодца (от уровня земли до уровня воды в колодце).
Результат округлите до целого.

Ответ: _____ м

- Б) Запишите формулу для вычисления глубины колодца H (в м) в зависимости от диаметра ворота d (в м), количества оборотов n , высоты сруба l (в м).

Ответ: _____

-
2. Сколько оборотов ручкой необходимо сделать, чтобы поднять ведро с водой из колодца глубиной 9 м?

Высота сруба колодца над землей – 80 см, диаметр ворота – 20 см.

Ответ: _____

Решение: _____

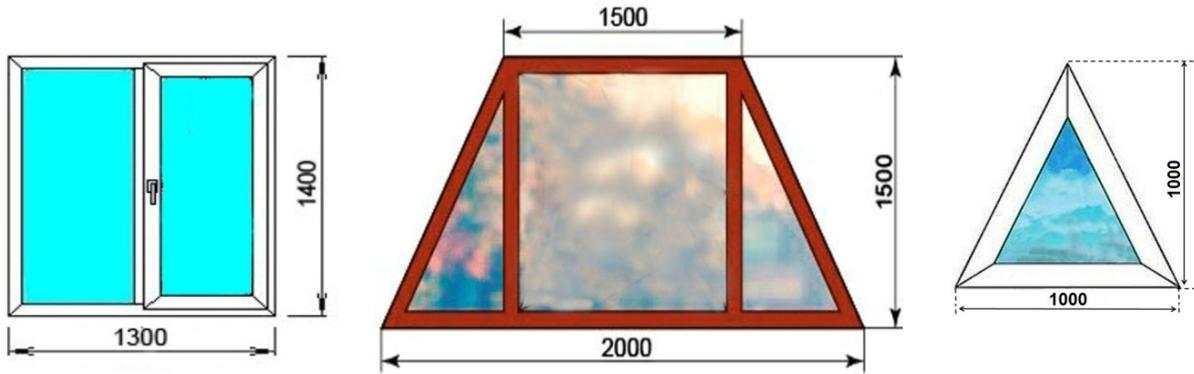
Комплексное задание «Закупка окон» (2 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

Закупка окон

Компания «Дом для семьи» занимается строительством коттеджных посёлков. Для остекления коттеджей она закупает у фирмы по изготовлению окон различные виды окон.

Образцы окон с размерами в миллиметрах представлены на рисунках.



Цены одного квадратного метра различных видов окон представлены в таблице ниже.

Вид окна	Цена за 1 м ²
Треугольное	3 460 руб.
Прямоугольное	5 700 руб.
Трапециевидное	6 000 руб.

1. Отметьте «Верно» или «Неверно» для каждого утверждения в таблице, приведённой ниже.

Утверждение	Верно	Неверно
Один квадратный метр треугольного окна дешевле одного квадратного метра прямоугольного окна на 2240 рублей.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Площадь одного окна в форме трапеции в 3 раза больше площади одного треугольного окна.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2. Фирма по изготовлению окон предоставляет покупателям следующие скидки:

При заказе товара на сумму свыше 100 000 рублей предоставляется скидка 5%.
При заказе товара на сумму свыше 300 000 рублей предоставляется скидка 10%.

Какую сумму за покупку 20 прямоугольных окон заплатит строительная компания фирме с учётом скидок?

Ответ: _____ руб.

Решение: _____

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ИНСТИТУТ СТРАТЕГИИ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ ОБРАЗОВАНИЯ

ОТКРЫТЫЙ БАНК ЗАДАНИЙ
для формирования
функциональной грамотности

Математическая грамотность, 9 класс

СПИСОК ЗАДАНИЙ

№ п/п	Название комплексного задания	Число отдельных заданий/ вопросов	Источник (где размещены или опубликованы задания)
ЧАСТЬ 1			
1)	Полочка в шкафу	2	Открытый банк заданий 2020 (http://skiv.instrao.ru)
2)	Игра в лото	2	Открытый банк заданий 2020 (http://skiv.instrao.ru)
3)	Олимпийские медали	2	Открытый банк заданий 2020 (http://skiv.instrao.ru)
4)	Дорога до дачи	3	Открытый банк заданий 2020 (http://skiv.instrao.ru)
5)	Как измерить ширину реки	3	Открытый банк заданий 2020 (http://skiv.instrao.ru)
6)	Стеллаж из ящиков	2	Открытый банк заданий 2020 (http://skiv.instrao.ru)
7)	Куриные яйца	2	Открытый банк заданий 2020 (http://skiv.instrao.ru)
8)	Велосипедное колесо	2	Открытый банк заданий 2020 (http://skiv.instrao.ru)
9)	Конкур	2	Открытый банк заданий 2020 (http://skiv.instrao.ru)
10)	Деревенский колодец	2	Открытый банк заданий 2020 (http://skiv.instrao.ru)
11)	Закупка окон	2	Открытый банк заданий 2020 (http://skiv.instrao.ru)
ЧАСТЬ 2			
12)	Блины	3	Математическая грамотность. Сборник эталонных заданий. Выпуск 2: Учебное пособие для общеобразовательных организаций. В 2-х частях. Часть 2. Под редакцией Г.С. Ковалёвой, Л.О. Рословой. – М.; СПб.: Просвещение, 2020.
13)	Зачет по математике	3	Там же
14)	Автоматический выключатель	2	Там же

Разработчики заданий: Л.О. Рослова, Е.С. Квитко, Л.О. Денищева.
Тестолог: К.П. Вергелес.

ХАРАКТЕРИСТИКИ И СИСТЕМА ОЦЕНИВАНИЯ

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ

9 класс

ЧАСТЬ 1

Комплексное задание 1. Полочка в шкафу. 2 задания.

Полочка в шкафу. Задание 1.

Характеристики задания

- Содержательная область: Пространство и форма
- Компетентностная область: Рассуждать
Контекст: Образование/Профессиональная деятельность
- Уровень сложности: Высокий
- Формат ответа: с развернутым ответом (в виде текста)
- Объект оценки:

Система оценивания

Балл	Содержание критерия
2	Даны ответы: Мнение Кирилла: Не согласен. Возможный контрпример: площадь трапеции равна $(58 + 35) \cdot 24/2 = 1116$, площадь прямоугольника со сторонами 24 и 38 равна $24 \cdot 38 = 912$. Его площадь меньше площади трапеции, но он не поместится внутри трапеции. Мнение Ивана: Не согласен. Возможный контрпример: прямоугольник со сторонами 38 и 12 поместится, хотя $38 > 35$.
1	Оба ответа даны верно, приведён один контрпример.
0	Другие ответы или ответ отсутствует.

Полочка в шкафу. Задание 2.

Характеристики задания

- Содержательная область: Пространство и форма
- Компетентностная область: Рассуждать
- Контекст: Образование/Профессиональная деятельность
- Уровень сложности: Средний
- Формат ответа: с множественным выбором
- Объект оценки: Применение изученных геометрических фактов

Система оценивания

Балл	Содержание критерия
2	Выбраны ответы: 1, 3 и 4. Другие ответы не выбраны.
1	Выбраны любые 2 из трех верных ответов, ИЛИ выбраны все три верных ответа и один из неверных ответов: 2 или 5.
0	Другие ответы или ответ отсутствует.

Комплексное задание 2. Игра в лото. 2 задания.

Игра в лото. Задание 1.

Характеристики задания

- Содержательная область: Неопределенность и данные
- Компетентностная область: Применять
- Контекст: Научная деятельность
- Уровень сложности: Средний
- Формат ответа: Краткий ответ
- Объект оценки: Вычислять вероятность случайного события

Система оценивания

Балл	Содержание критерия
2	Даны ответы: А) $9/90$, или $1/10$, или $0,1$; Б) $6/90$, или $1/15$, или $\approx 0,07$
1	Даны ответы: А) $10/90$, или $1/9$, или $\approx 0,11$; Б) $6/90$, или $1/15$, или $\approx 0,07$ ИЛИ: А) $9/90$, или $1/10$, или $0,1$; Б) $5/90$, или $1/18$, или $\approx 0,06$
0	Другие ответы или ответ отсутствует.

Игра в лото. Задание 2.

Характеристики задания

- Содержательная область: Неопределенность и данные
- Компетентностная область: Применять
- Контекст: Научная деятельность
- Уровень сложности: Низкий
- Формат ответа: Краткий ответ
- Объект оценки: Вычислять вероятность случайного события

Система оценивания

Балл	Содержание критерия
1	Дан верный ответ: $3/90$ или $1/30$.
0	Другие ответы или ответ отсутствует.

Комплексное задание 3. Олимпийские медали. 2 задания.

Олимпийские медали. Задание 1.

Характеристики задания

- Содержательная область: Количество
- Компетентностная область: Применять
- Контекст: Общественная жизнь
- Уровень сложности: Средний
- Формат ответа: с краткими ответами (два поля)
- Объект оценки: Нахождение процента от числа

Система оценивания

Балл	Содержание критерия
2	Оба ответа даны верно: А) 51 кг; Б) 486 г.
1	Один из ответов дан верно, другой ответ дан неверно или отсутствует.
0	Другие ответы или оба ответа ответ отсутствуют.

Олимпийские медали. Задание 2.

Характеристики задания

- Содержательная область: Пространство и форма
- Компетентностная область: Формулировать
- Контекст: Общественная жизнь
- Уровень сложности: Высокий
- Формат ответа: с развернутым ответом (в виде текста решения)
- Объект оценки: Нахождение объёмов реальных объектов и их сравнение

Система оценивания

Балл	Содержание критерия
2	<p>Дан верный ответ: Да, приведено верное решение.</p> <p><i>Возможное решение 1.</i></p> $\pi R^2 H = \pi \cdot 50^2 \cdot 10 = 78500 \text{ (мм}^3\text{)} - \text{объём одной медали;}$ $78500 \cdot 97 = 7614500 \text{ (мм}^3\text{)} - \text{объём 97 медалей;}$ $600 \cdot 390 \cdot 300 = 70200000 \text{ (мм}^3\text{)} - \text{внутренний объём сейфа.}$ <p>Объём сейфа значительно больше (примерно в 10 раз) объёма 97 медалей, следовательно, все медали поместятся в сейфе.</p> <p>Ответ: Да, можно.</p> <p><i>Возможное решение 2.</i></p> $600 : 10 = 60 - \text{войдет 60 медалей по высоте сейфа;}$ $390 : 100 = 3,9 - \text{войдет 3 медали по ширине сейфа;}$ $300 : 100 = 3 - \text{войдет 3 медали по глубине сейфа;}$ <p>Всего может войти медалей: $60 \cdot 3 \cdot 3 = 540$.</p>

	<p>Ответ: Да, можно.</p> <p><i>Возможное решение 3.</i> Могут быть взяты приближенные значения:</p> <p>$600 : 10 = 60$ – войдет медалей по высоте сейфа; $400 : 100 = 4$ – войдет медалей по ширине сейфа; $300 : 100 = 3$ – войдет медалей по глубине сейфа; Всего войдет медалей примерно: $60 \cdot 3 \cdot 4$ – примерно 720 медалей.</p> <p>Значительно больше, чем требуется.</p> <p>Ответ: Да, можно.</p> <p><i>Возможное решение 4.</i></p> <p>Медали хранят в коробках в форме параллелепипеда. Объем одного параллелепипеда (коробки) равен $100 \cdot 100 \cdot 10 = 100000$ (мм³).</p> <p>Объем 97 параллелепипедов (коробок) равен $97 \cdot 100000 = 9700000$ (мм³).</p> <p>Внутренний объём сейфа равен $600 \cdot 390 \cdot 300 = 70200000$ (мм³) $70\,200\,000 > 9\,700\,000$ – объем сейфа значительно больше объема пространства, занятого медалями.</p> <p>Ответ: Да, можно.</p> <p>Комментарий: сравнение может быть проведено устно.</p>
1	<p>Дан ответ «Да», но приведено решение, которое говорит о том, что вычислен внешний объем сейфа, ИЛИ допущена ошибка при вычислении объема цилиндра, ИЛИ все вычисления выполнены верно, но дан ответ «нет», т.к. допущена ошибка при сравнении.</p>
0	<p>Ответ «Да» без решения. Другие ответы или ответ отсутствует.</p>

Комплексное задание 4. Дорога до дачи (3 задания).

Дорога до дачи. Задание 1.

Характеристики задания

- Содержательная область: Изменение и зависимости
- Компетентностная область: Применять
- Контекст: Личная жизнь
- Уровень сложности: Низкий
- Формат ответа: с множественным выбором
- Объект оценки: Выявление истинных утверждений в списке утверждений относительно графика реального движения (зависимость пройденного пути от времени движения), чтение кусочно-заданного графика

Система оценивания

Балл	Содержание критерия
1	Выбраны ответы: 1 и 3. Другие ответы не выбраны.
0	Другие ответы или ответ отсутствует.

Дорога до дачи. Задание 2.

Характеристики задания

- Содержательная область: Изменение и зависимости
- Компетентностная область: Интерпретировать
- Контекст: Личная жизнь
- Уровень сложности: Низкий
- Формат ответа: с развернутым ответом (в виде текста)
- Объект оценки: Чтение, понимание графика движения автомобиля и интерпретация результата анализа графика

Система оценивания

Балл	Содержание критерия
1	<p>Дан верный ответ, приведено обоснование.</p> <p>Возможные варианты ответа: остановились отдохнуть; зашли в кафе; на заправке была очередь; произошла авария – движение было остановлено.</p> <p>Любой вариант, который однозначно свидетельствует о том, что движения автомобиля не происходило.</p>
0	Другие ответы или ответ отсутствует.

Дорога до дачи. Задание 3.

Характеристики задания

- Содержательная область: Изменение и зависимости
- Компетентностная область: Формулировать
- Контекст: Личная жизнь
- Уровень сложности: Средний
- Формат ответа: с развернутым ответом (в виде текста решения)
- Объект оценки: Вычисление минимального времени движения автомобиля с выбранной скоростью в реальной жизни

Система оценивания

Балл	Содержание критерия
2	Дан верный ответ: 24 мин., приведено верное решение. <i>Возможное решение:</i> 1) $(103 - 51) : 130 = 0,4$ (ч) 2) $0,4 \cdot 60 = 24$ (мин.)
1	Дан ответ 0,4 ч; или допущена вычислительная ошибка при подсчете времени или переводе часов в минуты.
0	Ответ «24 мин» без решения. Другие ответы или ответ отсутствует.

Комплексное задание 5. Как измерить ширину реки (3 задания).

Как измерить ширину реки. Задание 1.

Характеристики задания

- Содержательная область: Пространство и форма
- Компетентностная область: Формулировать
- Контекст: Образование/Профессиональная деятельность
- Уровень сложности: Средний
- Формат ответа: с развернутым ответом (в виде текста или в виде рисунка и текста)
- Объект оценки: Алгоритм построения, основанный на равенстве треугольников

Система оценивания

Балл	Содержание критерия
2	<p>Приведено верное доказательство.</p> <p><i>Вариант доказательства:</i> В прямоугольных треугольниках ABE и DCE с прямыми углами B и C равны соответственно: катеты BE и EC (по построению) и углы AEB и DEC (как вертикальные). Треугольники равны по второму признаку равенства прямоугольных треугольников по катету и прилежащему к этому катету углу. Из равенства треугольников следует, что $AB = DC$.</p> <p><i>Возможный вариант:</i> не оговаривается, что треугольники прямоугольные, используется второй признак равенства треугольников – по стороне и двум прилежащим к ней углам.</p>
1	<p>Обоснование не является полным, например, в приведенном варианте не обосновано, что треугольники являются прямоугольными, или нет явного вывода о том, что равенство AB и DC следует из равенства треугольников.</p> <p>Возможные варианты:</p> <p>«Рассмотрим треугольники ABE и ECD, у них $BE = EC = 50$ шагов и углы $BEA = CED$, следовательно, треугольники равны по катету и острому углу.»</p> <p>ИЛИ:</p> <p>«Треугольники равны по 2 углам и стороне, а следовательно, и стороны $CD = AB$».</p>
0	Другие ответы или ответ отсутствует.

Как измерить ширину реки. Задание 2.

Характеристики задания

- Содержательная область: Количество
- Компетентностная область: Применять
- Контекст: Образование/Профессиональная деятельность
- Уровень сложности: Высокий
- Формат ответа: с развернутым ответом (в виде текста решения)
- Объект оценки: Применение алгоритма построения, вычисления по формуле

Система оценивания

Балл	Содержание критерия
2	Дан верный ответ: 25 м. Приведено верное решение. Возможное решение: 1) $D = 1,8/4 + 0,37 = 0,82$ (м); 2) $0,82 \cdot 30 = 24,6$ (м)
1	Дан ответ: 24 м или 24,6 м. Приведено верное решение.
0	Другие ответы или ответ отсутствует.

Как измерить ширину реки. Задание 3.

Характеристики задания

- Содержательная область: Пространство и форма
- Компетентностная область: Рассуждать
- Контекст: Образование/Профессиональная деятельность
- Уровень сложности: Высокий
- Формат ответа: с развернутым ответом (в виде текста или в виде рисунка и текста)
- Объект оценки: Адаптировать приведенный алгоритм построения, следуя условиям

Система оценивания

Балл	Содержание критерия
2	<p>Указан способ и приведено соответствующее обоснование.</p> <p><i>Возможный вариант:</i></p> <p>Способ: подобных треугольников</p> <p>Обоснование: Построить треугольник EKM, подобный EBA. Те же действия и построения на местности, при этом AB находится из подобия так: $BA/KM = BE/KE$.</p>
1	<p>Дан верный алгоритм, но не указан способ.</p> <p><i>Возможный вариант 1</i> – предлагается использовать тот же способ равных треугольников: «Ему нужно уменьшить число шагов на участке BE и EC на 5 шагов и далее следовать алгоритму запланированных действий».</p> <p><i>Возможный вариант 2</i> – предлагается обходить болото по равным параллельным отрезкам: «Когда Саша дойдёт до заболоченного участка, он должен запомнить, сколько шагов он сделал. Далее он должен повернуться направо, сохраняя прямой угол, и идти, пока заболоченный участок не закончится. Когда он дойдёт до окончания болота, он должен поставить кол и повернуться налево под прямым углом. Далее он должен сделать столько шагов, сколько ему оставалось. После этого он ставит еще один кол и опять поворачивает направо под прямым углом и доходит до точки D, заканчивая свои измерения».</p> <p>Или: указан способ, но нет пояснений, как его использовать.</p> <p><i>Возможный вариант 1:</i> «Треугольники ABE и CDE подобны. Отношение сторон 4 : 5. Отсюда можно найти AB, зная CD».</p> <p><i>Возможный вариант 2:</i> «Выполнить алгоритм в зеркальном отражении».</p>
0	Другие ответы или ответ отсутствует.

Комплексное задание 6. Стеллаж из ящиков (2 задания).

Стеллаж из ящиков. Задание 1.

Характеристики задания

- Содержательная область: Пространство и форма
- Компетентностная область: Интерпретировать
- Контекст: Образование/Профессиональная деятельность
- Уровень сложности: Средний
- Формат ответа: с краткими ответами
- Объект оценки: Распознавание геометрических фигур, определение величины их линейных и угловых элементов

Система оценивания

Балл	Содержание критерия			
2	Дан верный ответ, все ячейки заполнены верно:			
	<i>Дверца</i>	<i>Геометрическая фигура</i>	<i>Длины сторон, см (через запятую)</i>	<i>Величины углов, град. (через запятую)</i>
	1	равносторонний треугольник	30, 30, 30 Или: все – 30 Или: по 30	60, 60, 60 Или: все – 60 Или: по 60
2	ромб	30, 30, 30, 30 Или: все – 30 Или: по 30	60, 120, 60, 120 Или: 60, 60, 120, 120 Или: 120, 120, 60, 60 Или: 120, 60, 120, 60	
1	Верно заполнена любая из строк таблицы. ИЛИ: указано только одно значение, не отмечено равенство сторон/углов фигуры.			
0	Другие ответы или ответ отсутствует.			

Стеллаж из ящиков. Задание 2.

Характеристики задания

- Содержательная область: Пространство и форма
- Компетентностная область: Рассуждать
- Контекст: Образование/Профессиональная деятельность
- Уровень сложности: Высокий
- Формат ответа: с развернутым ответом (в виде текста или в виде рисунка и текста)
- Объект оценки: Использование основных свойств прямоугольных треугольников, соотношений между сторонами и углами в прямоугольном треугольнике, теоремы Пифагора

Система оценивания

Балл	Содержание критерия
2	<p>Дан верный ответ: «Да», приведено верное обоснование. Возможное обоснование:</p>  <p>Отрезок 1 (катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла в 30°): $0,5 \cdot 30 = 15$ (см), Отрезок 2 (высота равностороннего треугольника или катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла в 60°): $15\sqrt{3}$ (см); Отрезок 3 (сторона куба): 30 (см); Отрезок 4 равен отрезку 2: $15\sqrt{3}$ (см), итого: $15 + 2 \cdot 15\sqrt{3} + 30 = 45 + 30\sqrt{3}$ (см) $\approx 96,96$ (см), округляем до целого: $97 \text{ см} < 1 \text{ м}$. Наличие рисунка не является обязательным. Запись сравнения может отсутствовать.</p>
1	Ход решения верен, но допущена ошибка на одном из шагов, решение доведено до ответа.
0	Другие ответы или ответ отсутствует.

Комплексное задание 7. Куриные яйца (3 задания).

Куриные яйца. Задание 1.

Характеристики задания

- Содержательная область: Неопределенность и данные
- Компетентностная область: Рассуждать
- Контекст: Личная жизнь
- Уровень сложности: Низкий
- Формат ответа: с краткими ответами
- Объект оценки: Извлекать информацию из текста и изображения, представлять результат в заданном формате

Система оценивания

Балл	Содержание критерия
1	Дан верный ответ: 2.03.13.
0	Другие ответы или ответ отсутствует.

Куриные яйца. Задание 2.

Характеристики задания

- Содержательная область: Неопределенность и данные
- Компетентностная область: Применять
- Контекст: Образование/профессиональная деятельность
- Уровень сложности: Высокий
- Формат ответа: с краткими ответами
- Объект оценки: Извлекать информацию из таблицы, вычислять среднее значение по частоте

Система оценивания

Балл	Содержание критерия
2	Дан верный ответ: 58 г.
1	Дан ответ: 60 г.
0	Другие ответы или ответ отсутствует.

Куриные яйца. Задание 3.

Характеристики задания

- Содержательная область: Неопределенность и данные
- Компетентностная область: Применять
- Контекст: Образование/профессиональная деятельность
- Уровень сложности: Средний
- Формат ответа: с краткими ответами (два поля)
- Объект оценки: Извлекать информацию из таблицы, вычислять вероятность случайного события

Система оценивания

Балл	Содержание критерия
2	Оба ответа даны верно: А) 0,06; Б) 0,58.
1	Дан верный ответ на один из вопросов, ИЛИ дан ответ: А) 6%; Б) 58%.
0	Другие ответы или ответ отсутствует.

Комплексное задание 8. Велосипедное колесо (2 задания).

Велосипедное колесо. Задание 1.

Характеристики задания

- Содержательная область: Пространство и форма
- Компетентностная область: Интерпретировать
- Контекст: Личная жизнь
- Уровень сложности: Средний
- Формат ответа: с выбором одного ответа из 4-х
- Объект оценки: Сравнение длин окружностей. Пропорциональность величин

Система оценивания

Балл	Содержание критерия
2	Даны верно оба ответа: А) Спортивный велосипед; Б) Детский велосипед.
1	Дан верный ответ только на один вопрос. Ответ на второй вопрос отсутствует или дан неверно.
0	Другие ответы или ответ отсутствует.

Велосипедное колесо. Задание 2.

Характеристики задания

- Содержательная область: Изменение и зависимости
- Компетентностная область: Формулировать
- Контекст: Личная жизнь
- Уровень сложности: Высокий
- Формат ответа: с развернутым ответом (в виде формулы)
- Объект оценки: Составление формулы. Вычисление длины окружности

Система оценивания

Балл	Содержание критерия
2	Дан верный ответ с учётом высоты покрышки: $N = \frac{S}{7,9756 \cdot d + 12,56}$, принимается ответ, где используется числовое значение π : $N = \frac{S}{\pi \cdot (d \cdot 2,54 + 4)}$ или $N = \frac{S}{2,54 \cdot \pi \cdot d + 4 \cdot \pi}$, или записано равносильное выражение.
1	Даны ответ без учёта высоты покрышки: $N = \frac{S}{7,9756 \cdot d}$ или $N = \frac{S}{\pi \cdot d \cdot 2,54}$, или записано равносильное выражение. ИЛИ принимаются выражения, где используются значения для π , равные 3 и 3,1: $N = \frac{S}{7,62 \cdot d + 12}$ или $N = \frac{S}{7,874 \cdot d + 12,1}$
0	Другие ответы или ответ отсутствует.

Комплексное задание 9. Конкур (2 задания).

Конкур. Задание 1.

Характеристики задания

- Содержательная область: Изменение и зависимости
- Компетентностная область: Применять
- Контекст: Образование/Профессиональная деятельность
- Уровень сложности: Средний
- Формат ответа: с развернутым ответом (в виде алгебраических выражений)
- Объект оценки: Записывать двойные неравенства: числовые и буквенные

Система оценивания

Балл	Содержание критерия
2	Оба ответа даны верно: $167 \leq H \leq 177, H \leq L \leq H + 4$.
1	Записаны оба неравенства, но записаны строгие неравенства.
0	Другие ответы или ответ отсутствует.

Конкур. Задание 2.

Характеристики задания

- Содержательная область: Количество
- Компетентностная область: Рассуждать
- Контекст: Образование/Профессиональная деятельность
- Уровень сложности: Низкий
- Формат ответа: с множественным выбором
- Объект оценки: Сравнение чисел

Система оценивания

Балл	Содержание критерия
1	Верно дан ответ: 1, 7.
0	Другие ответы или ответ отсутствует.

Комплексное задание 10. Деревенский колодец (2 задания).

Деревенский колодец. Задание 1.

Характеристики задания

- Содержательная область: Изменение и зависимости
- Компетентностная область: Формулировать
- Контекст: Научная деятельность
- Уровень сложности: Средний
- Формат ответа: с кратким и развернутым (в виде формулы) ответами
- Объект оценки: Распознавание геометрических форм и составление формулы

Система оценивания

Балл	Содержание критерия
2	Оба ответа даны верно: А) 12 м; Б) $H = 3,14 dn - l$ или $H = \pi dn - l$.
1	Один из ответов дан верно, второй ответ неверный или отсутствует.
0	Другие ответы или ответ отсутствует.

Деревенский колодец. Задание 2.

Характеристики задания

- Содержательная область: Изменения и зависимости
- Компетентностная область: Формулировать
- Контекст: Научная жизнь
- Уровень сложности: Высокий
- Формат ответа: с развернутым ответом (в виде текста решения)
- Объект оценки: Реальные расчеты

Система оценивания

Балл	Содержание критерия
2	Дан ответ: 16 оборотов, приведено верное решение. <i>Возможное решение:</i> 1) $900 + 80 = 980$ (см); 2) $3,14 \cdot 20 = 62,8$ (см); 3) $980 : 62,8 = 15,6$. <i>Другое решение:</i> Используем составленную в задании 1 формулу: $H = 3,14 dn - l$; $n = \frac{H+l}{3,14d}$; $n = \frac{980}{62,8} = 15,6$.
1	Дан ответ: 15, ход решения верный.
0	Другие ответы или ответ отсутствует.

Комплексное задание 11. Закупка окон (2 задания).

Закупка окон. Задание 1.

Характеристики задания

- Содержательная область: Пространство и форма
- Компетентностная область: Интерпретировать
- Контекст: Образование/профессиональная деятельность
- Уровень сложности: Низкий
- Формат ответа: с дихотомическим выбором (Верно/Неверно)
- Объект оценки: Реальные расчёты, вычисление площади равнобедренного треугольника и площади трапеции

Система оценивания

Балл	Содержание критерия
1	Дан ответ: Верно - Неверно.
0	Другие ответы или ответ отсутствует.

Закупка окон. Задание 2.

Характеристики задания

- Содержательная область: Количество
- Компетентностная область: Применять
- Контекст: Образование/профессиональная деятельность
- Уровень сложности: Средний
- Формат ответа: с развернутым ответом (в виде текста решения)
- Объект оценки: Нахождение процента от числа, вычисление площади прямоугольника, реальные расчёты

Система оценивания

Балл	Содержание критерия
2	Дан верный ответ: 197106 руб.; приведено верное решение. Возможное решение: 1) $20 \cdot ((1,4 \cdot 1,3) \cdot 5700) = 207480$ (руб.); 2) $207480 \cdot 0,95 = 197106$ (руб.)
1	Дан ответ: 186732 руб. (неверно выбрана скидка, но процент вычислен верно); дано решение: 1) $20 \cdot ((1,4 \cdot 1,3) \cdot 5700) = 207480$ (руб.); 2) $207480 \cdot 0,90 = 186732$ (руб.)
0	Другие ответы или ответ отсутствует.

КОММЕНТАРИИ

к открытому банку заданий
для формирования функциональной грамотности

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ

6 класс

ЧАСТЬ 1

Комплексное задание «Акция в магазине» (3 задания).

Перед выполнением заданий шестиклассник знакомится с сюжетной ситуацией. Учащимся предлагается описание типичной для современной повседневной жизни ситуации, в которой представлены условия покупки продовольственных товаров по акции. Информация, необходимая для понимания ситуации и выполнения задания, представлена в тексте.

Для успешного выполнения **первого задания** от школьника требуются умения: сопоставлять информацию в тексте и на рисунке, устанавливать зависимость между величинами и использовать ее для ответа на вопрос. В тексте сообщаются условия и цены покупки двух сортов молока по акции, а на рисунке – указаны обычные цены молока. Сравнение цен молока по акции с обычной ценой позволяет прикинуть выгоду покупки товара по акции. В тексте самого задания сообщается, какое количество литров молока каждого сорта решила купить покупательница по акции. Требуется определить стоимость покупки. В ходе решения шестиклассник соотносит количество литров молока, которые надо купить, с условиями возможности покупки по акции. Ему нужно понять и учесть в решении, что требования акции выполняются, затем выполнить несложные вычисления стоимости покупки по акции и получить требуемый ответ.

Задание относится к заданиям *низкого уровня сложности*. Шестиклассник работает в знакомой ситуации с информацией, представленной в явном виде. Для получения ответа требуется выполнить несложные вычисления.

В ходе апробации с заданием справились большинство шестиклассников. Анализ неверных ответов показывает, что шестиклассники, не справившиеся с заданием, привели правильный ответ, но не представили решение или допустили вычислительную или случайную (неверно использовано одно из данных в тексте или на рисунке) ошибки.

Ситуация, предложенная в задании 2, усложняется за счёт внесения дополнительного условия покупки товаров по акции. Информация, необходимая для понимания ситуации и выполнения задания, представлена в тексте и на рисунке. Школьнику сообщается условие покупки йогуртов по акции: при покупке пары йогуртов третий дается в подарок, указана обычная цена йогурта, сообщается также, какое количество йогуртов решила купить покупательница по акции. Требуется определить стоимость покупки 1 йогурта по акции.

Для выполнения **второго задания** от учащегося требуется умение правильно понимать математический текст («три по цене двух», информация о соотношении купленного количества йогуртов и цены каждого), использовать отношение между величинами для решения задачи.

Задание среднего уровня сложности. В ходе решения шестикласснику нужно удержать и использовать в решении сразу несколько условий задания. Шестиклассник работает с известной ситуацией с информацией, представленной в неявном виде. Для получения ответа требуется выполнить несложные вычисления.

В ходе апробации с заданием справились чуть меньше половины шестиклассников. Анализ неверных ответов показывает, что шестиклассники, не справившиеся с заданием, не учли, что условие покупки по акции выполняется при покупке йогуртов парами. Значительное число неуспешных школьников выполнили только первый шаг решения – определили стоимость покупки. Многие записали верный ответ, но не смогли объяснить его.

Описание ситуации в **третьем задании** такое же, как в задании 2. Ситуация усложняется за счёт внесения нового условия покупки – приобретение акционного товара на заданную сумму. Для успешного выполнения задания ученику потребуются умения: выделять и учитывать в ходе рассуждений все условия, планировать ход решения, включающего оценку результата вычислений, использовать отношение между величинами

для решения задачи, округлять результат деления с остатком в соответствии с условием задания.

Задание *высокого уровня сложности*. Сложность определяется не только необходимостью удерживать в ходе решения задания нескольких условий, но и необходимостью произвести оценку полученного математического результата с целью получения ответа на поставленный практический вопрос.

С этим заданием не справилось большинство шестиклассников. Анализ неверных ответов показал, что многие шестиклассники не понимают условие акции – йогурты выгодно покупать двойками, то есть платить за 2 йогурта, и получать еще одну штуку бесплатно. В основном учащиеся допускали два типа ошибок. Так, некоторые учащиеся имеющуюся сумму денег 350 р. делили на цену 1 йогурта при покупке по акции ($96 : 3 = 32$ р.), а не на стоимость 2 йогуртов ($48 \times 2 = 96$ р.). Кроме того, некоторые учащиеся не смогли правильно интерпретировать результат выполненного действия: $350 : 96 \approx 3,6$ раз. Этот результат означает, что этими деньгами можно заплатить за 3 пары йогуртов и получить третий йогурт за каждую оплаченную пару. Многие дети неверно интерпретировали полученный результат вычислений и давали ответ не в штуках йогуртов, а в рублях, указывая сумму денег, потраченных на покупку девяти йогуртов.

Комплексное задание «Многоугольники» (3 задания).

Задания предваряются описанием ситуации учебно-практического характера, связанной с проведением тематического школьного мероприятия – «Геометрического марафона». Информация, необходимая для понимания условий проведения мероприятия, и задача, поставленная перед учащимися, представлены в тексте и на рисунке.

Для выполнения поставленной **в первом задании** задачи от учащихся требуется умение проверять истинность предложенного утверждения с опорой

на знания (понятие периметра, способы вычисления периметра нестандартной геометрической фигуры), а также записывать и объяснять сделанный вывод.

С этим заданием *среднего уровня сложности* в ходе первичной апробации справились чуть больше трети шестиклассников. Анализ неверных ответов показал, что значительная часть учащихся в основном продемонстрировали один или два характерных недочета математической подготовки: непрочное владение общим понятием периметра нестандартной плоской фигуры, который равен сумме длин всех сторон этой фигуры; неразличение геометрических величин – периметра и площади. Последнее проявилось в том, что при объяснении вывода шестиклассники вместо периметра рассчитывали, характеризовали площадь выбранной (выбранных) геометрической фигуры.

Следует отметить, что многие учащиеся затруднились в корректном вычислении периметра (суммы длин всех сторон) данных плоских фигур с учетом размера клетки сетки, на которой изображены фигуры; часть шестиклассников допустили вычислительные ошибки. Некоторые учащиеся не смогли правильно интерпретировать результат вычисления. Например, узнали периметр многоугольника, изображенного Анной (30 см), но не учли, что по условию задачи периметр фигуры должен быть меньше 30 см.

Задание можно использовать в учебном процессе как формирующее умение использовать предметные знания в учебно-практических ситуациях. Работа с геометрическими фигурами в рамках предложенной ситуации направлена на обеспечение более прочного овладения шестиклассниками понятием периметра геометрических фигур.

При выполнении **второго задания** шестиклассники демонстрируют умение находить площадь многоугольника, проверять истинность утверждения в практической (математической) ситуации. Задание составлено в рамках той же ситуации, что и в задании 1, но направлено на диагностику и обеспечение более прочного овладения понятием площади стандартных и нестандартных геометрических фигур, а также на развитие пространственного

воображения шестиклассников. Задача, поставленная перед учащимися, и информация, необходимая для её выполнения, представлены в тексте самого задания.

Для выполнения поставленной задачи от учащихся требуется проверить истинность трёх предложенных утверждений относительно соотношения площадей данных геометрических фигур, применив представления о площади и способах нахождения площадей прямоугольника, нестандартной геометрической фигуры.

С этим заданием *среднего уровня сложности* справилось полностью или частично около трети школьников. Анализ неверных ответов показал, что у части шестиклассников нет твердого понимания отличия площади фигуры от её периметра, поэтому вместо площади находят периметр данной фигуры. Некоторые учащиеся не смогли корректно применить способ вычисления площади нестандартных плоских фигур с помощью суммирования площадей клеток сетки, из которых состоит фигура, либо допустили вычислительные ошибки.

При использовании задания в учебном процессе для формирования характеристик функциональной математической грамотности следует обратить внимание на проверку истинности третьего утверждения относительно соотношения площадей стандартной фигуры (прямоугольника) и неизвестной шестиклассникам фигуры – параллелограмма, алгоритм вычисления площади которого им неизвестен. Предполагается, что учащиеся должны проявить креативность в нахождении способа сравнения площадей этих фигур, например, сравнить их визуально или примерно оценить площадь параллелограмма с помощью подсчёта площадей клеток, из которых состоит эта фигура.

В основе успешного выполнения **третьего задания** лежит умение конструировать из данных прямоугольников фигуру, имеющую заданное свойство (значение периметра), способность контролировать ход и результат

выполнения задания. Задание составлено в рамках той же ситуации, что первое. В ходе выполнения ученик проявляет пространственное воображение, прочное владение представлениями о периметре и способах его нахождения в стандартных (периметр прямоугольник) и нестандартных (различные многоугольники, составленные из прямоугольников, прямоугольников и треугольников) ситуациях. Задача, поставленная перед учащимися, и информация, необходимая для её выполнения, представлены в тексте самого задания.

С этим заданием *высокого уровня сложности* справилось полностью или частично около трети шестиклассников. Чтобы составить нужную фигуру, можно было просто перенести и плотно приложить к сторонам одной из фигур две остальные фигуры, либо выполнить перенос, изменив при этом расположение одной из фигур.

Анализ неверных ответов показал, что у части шестиклассников недостаточно развито пространственное воображение, они не смогли сложить нужную фигуру; у некоторых учащихся нет твердого понимания различия сути понятий периметра фигуры и её площади, поэтому вместо периметра они находили площадь построенной фигуры. Некоторые учащиеся не смогли корректно применить способ вычисления периметра нестандартной плоской фигуры с помощью суммирования длины клеток сетки, из которых состоит периметр соответствующей фигуры (учли не все части, из которых состоит фигура – не проконтролировали себя), либо при подсчётах допустили вычислительные ошибки.

Комплексное задание «Неделя математики» (3 задания).

Перед выполнением заданий школьник знакомится с учебно-практической ситуацией, типичной для школьной жизни и связанной с проведением школьного мероприятия «неделя математики», направленного на развитие интереса шестиклассников к изучению предмета. Информация, необходимая для понимания условий проведения мероприятия, представлена в тексте и на рисунке. В тексте сообщаются условия расположения материалов, подготовленных каждым классом, указываются размеры доски, размеры клеток, на которые разбита поверхность доски, и особенности расположения на ней материалов, рисунок позволяет составить представление о форме и особенностях доски, на которой каждый класс должен расположить свои материалы.

Для успешного выполнения **первого задания** от школьника потребуется умение извлекать данные из разных частей задания, способность переводить единицы длины и выполнять действия с ними. В процессе решения учащемуся нужно будет соотнести длину стены зала с размерами четырех досок с материалами каждого из четырех sixth классов. Для этого необходимо извлечь информацию из двух источников: из описания ситуации (размеры доски и характер расположения на ней материалов, подготовленных учащимися), из текста самого задания (длину стены зала) и, опираясь на рисунок доски, составить представление о расположении 4 досок вдоль стены. Дополнительная трудность задания заключается в том, что размеры доски указаны в одних единицах длины (в дециметрах), а длина зала – в других (в метрах).

В ходе апробации с этим заданием *средней сложности* справились около половины шестиклассников. Анализ неверных ответов показал, что часть шестиклассников допустили ошибки: при переводе единиц длины метров и дециметров в сантиметры, например, $7,5 \text{ м} = 7500 \text{ см}$ (надо 750 см); вычислительные при делении $75 : 17 = 5$ (верный ответ $4,4$); неверно

интерпретировали остаток при делении: $7,5 \text{ м} : 17 \text{ дм} = 4,4$, сделав вывод о том, что после расположения 4 досок вдоль стены останется свободными еще 4 м. Многоплановость задания (работа с информацией, представленной в разной форме, действия с величинами, вычисления) делает задание перспективным для использования в качестве обучающего на уроке математики в 6 классе.

В ходе выполнения **второго задания** шестиклассник применяет представление о развёртке фигуры (куба) в предложенной учебной ситуации, учитывает дополнительное условие (клетка передвижной доски имеет длину 1 дм) в ходе решения, находит единственный правильный ответ. В этом задании от учащегося требуется определить, какая из четырёх предложенных развёрток куба отвечает кубу с заданной длиной стороны. Предлагаемая ситуация, знакомая шестиклассникам, является одновременно и учебной, и практической, так как в 1-5 классах учащиеся делали модели геометрических фигур в классе или дома.

При выполнении этого задания *низкого уровня сложности* ученику нужно было мысленно представить, из какой из данных разверток можно сложить куб с заданной длиной стороны. При этом шестиклассник демонстрирует знание элементов и свойств куба – они нужны для распознавания среди данных разверток той, которая соответствует заданной фигуре. Прочное владение проверяемыми знаниями и умениями важно для последующего изучения площади поверхности и объема прямоугольного параллелепипеда.

В ходе апробации большинство шестиклассников справились с этим заданием. Анализ неверных ответов показал, что часть учащихся: не различает пространственное изображение куба и его развёртку (выбран ответ Г); не имеет прочных представлений о форме развёртки куба (выбран ответ А – 5 граней вместо 6); не учли длину клетки на доске (выбран ответ В – длина клетки 1 дм, а у заданной фигуры длина стороны 2 дм). Это задание можно

использовать для устной работы в шестом классе для закрепления представлений о кубе и их применении для решения практических задач, а также для развития математической речи (работа с терминологией, связанной с кубом: грань, ребро, равенство ребер, площадь грани и т.п.).

Для успешного выполнения **третьего задания** шестикласснику нужно уметь применять представление об объеме куба для решения задачи с жизненным сюжетом, работать с единицами длины: выбирать, переходить от одних к другим, переводить единицы длины. В задании дается описание непривычной для учащихся практической ситуации: выкладывание «дорожки» из шоколадных кубиков. Учащимся надо выбрать один из предложенных ответов. Предполагается, что в процессе решения учащийся поймет, что длина дорожки равна числу кубиков со стороной 1 дм. Решая, учащийся мысленно представит себе, например, как куб со стороной 1 м следует разрезать на кубики меньшего размера – со стороной 1 дм. Рассуждение может начинаться так: сторону большого куба, равную 1 метру, разделили на отрезки длиной 1 дм, получив 10 таких отрезков ($1 \text{ м} = 10 \text{ дм}$), затем сторону большого куба разрезали на 10 частей и получили 10 слоёв из квадратов со стороной в 1 дм, затем каждый квадратный слой.... Продолжая рассуждения, ученик придет к выводу о том, что кубиков со стороной 1 дм всего 1000 шт. (10×100). Значит, длина дорожки из 1000 таких кубиков будет 100 м. Возможно, шестиклассники пойдут другим путем: найдут объем куба в дециметрах, равный $1 \times 1 \times 1 = 1 \text{ м}^3 = 1000 \text{ дм}^3$. Затем представят, что длина дорожки из этих кубиков со стороной 1 дм будет равна 1000 дм или 100 м.

С этим заданием *высокого уровня* не справилось большинство шестиклассников. Анализ неверных ответов показал, что были допущены следующие ошибки: выбран ответ 100 дм на основе разбиения площади основания куба, то есть не учитывалась высота куба; в качестве верного ответа был выбран объем куба (ответ 1000 дм^3), а объяснялся этот выбор тем, что данный куб – это пространственная фигура; дан верный ответ 100 м, а

объяснения не приведено или неверное (например, $1 \text{ м} \cdot 1 \text{ дм} = 100 \text{ м}$). Очевидно, что у большинства учащихся нет достаточного опыта использования пространственных представлений для решения учебных и практических задач, что не позволило им понять, как действовать или правильно мысленно и с помощью преобразований разбить большой куб на кубики заданного размера.

Комплексное задание «Калорийность питания» (3 задания).

Перед выполнением задания шестиклассник знакомится с описанием ситуации, характерной для повседневной жизни – распределением калорийности питания в разное время суток. Основное назначение задания – познакомить шестиклассников с новым для них понятием калорийности продуктов питания и дать им представление о том, какие занятия считаются более и менее активными, а также, что выбор и количество тех или иных продуктов питания зависят от того, насколько активный образ жизни у человека. Информация, необходимая для выполнения **первого задания**, приводится в двух формах (текст и круговая диаграмма, на которой в отдельных секторах представлены данные (в %), характеризующие норму питания в разные моменты суток). Для выполнения школьникам потребуется продемонстрировать умение извлекать информацию из текста для ответа на поставленный вопрос. В ходе решения учащиеся сравнивают нормы питания двух подростков с различной активностью.

При апробации с этим заданием *низкого уровня сложности* не справилось большинство шестиклассников. Анализ неверных ответов показал, что многие учащиеся при выполнении задания не смогли удержать в памяти его условие и отвечали на другой вопрос – требовалось найти «во сколько раз норма одного из них больше другого», а они находили «на сколько больше» или

записали ответ в виде неправильной обыкновенной дроби, не выделив из неё целую часть.

Основное назначение **второго задания** – диагностировать умение учащегося работать с таблицей, распознавать и применять для решения поставленной задачи прямо пропорциональную зависимость соответствующих величин. Информация, необходимая для выполнения задания, представлена в тексте и в форме таблицы.

В задании поставлена задача на вычисление калорийности завтрака из трёх указанных продуктов. Данные о калорийности этих продуктов надо взять из таблицы. От учащегося требуется правильно интерпретировать условие задания, а именно, что упомянутый «кусочек белого хлеба» означает, что имеется в виду «хлеб из пшеничной муки». Дополнительная трудность получения нужных данных заключается в том, что в таблице калорийность каждого продукта указана в расчете на 100 г. Учащийся должен определить, что указанная в таблице калорийность 100 г каждого из трёх продуктов и масса этого продукта, съеденная на завтрак, связаны между собой прямо пропорциональной зависимостью. Значит, для вычисления калорийности каждого из трёх продуктов надо применить эту зависимость.

Большинство учащихся испытывали трудности с выполнением этого задания *среднего уровня сложности*. Часть шестиклассников вместо подсчёта килокалорий, приходящихся на завтрак, нашли массу съеденных продуктов в граммах ($200 + 20 + 30 = 250$ г), используя данные не из таблицы, а указанные в тексте самого задания. Часть учащихся не обратили внимание на то, что в таблице калорийность нужных продуктов указана в расчёте на 100 г, и просто извлекли данные из таблицы и суммировали их ($246 + 48 + 370 = 664$ г). Часть учащихся допустили различные процессуальные и вычислительные ошибки при попытке применить алгоритм вычисления калорийности продуктов с использованием прямо пропорциональной зависимости соответствующих или, наоборот, не соответствующих величин.

Третье задание – самое сложное среди трех предложенных. Основное назначение задания диагностировать умение работать с таблицей и способствовать развитию понимания устройства столбчатой диаграммы и умения её построения. Для успешного выполнения задания надо сравнить данные, расположенные в разных столбцах таблицы, распознать данные, нужные для решения поставленной задачи, извлечь их из таблицы и представить на диаграмме в форме столбцов соответствующей высоты. Дополнительная трудность заключается в том, что эти данные надо представить на незавершенной модели диаграммы. Поэтому частью задания является дополнение модели столбчатой диаграммы: определение цены деления шкалы на вертикальной оси, на концах каждого интервала на этой шкале. Это поможет ученику правильно построить столбцы.

С этим заданием *высокого уровня сложности* не справилось большинство шестиклассников. Часть учащихся допустили ошибки при сравнении данных таблицы и неверно определили самые калорийные продукты. Большинство учащихся не смогли правильно проставить единицы измерения на вертикальной шкале незавершенной диаграммы.

Отметим, что на международном уровне умению читать и интерпретировать данные, представленные в таблицах и на диаграммах, а также представлять данные в таблицах и на диаграммах придают такое же значение, как, например, алгебраической или геометрической подготовке учащихся. В то же время обращают на себя внимание достаточно высокие результаты российских учащихся 4 класса и невысокие результаты учащихся 6-8 класса при выполнении заданий, связанных с этой тематикой. Эти факты позволяют сделать обоснованный вывод о том, что в 5-8 классах целесообразно увеличить число разнообразных заданий на работу с таблицами и диаграммами.

КОММЕНТАРИИ

к открытому банку заданий
для формирования функциональной грамотности

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ

7 класс

ЧАСТЬ 3

Комплексное задание «Шкалы температур» (2 задания).

Комплексное задание «Шкалы температур» формулируется вне предметной математической области, оно является информационно-познавательным и описывает реальную жизненную ситуацию, которая может возникнуть у человека, находящегося в другой стране, или при общении с гражданами других стран и анализе информации, связанной с температурой.

При выполнении заданий учащимся необходимо выполнить пересчёт температурных значений из одной шкалы в другую с использованием табличной информации, где представлены формулы перевода значений температуры из шкалы Фаренгейта в шкалу Цельсия и наоборот.

Вводный текст к заданиям, преамбула, состоит из двух частей: текстовой и табличной. Текстовая часть необходима для понимания основной темы и понятий, которые важны для рассматриваемой ситуации (необходимость использования определенных шкал для измерения температуры воздуха и тела человека в двух различных странах). Табличная часть содержит информацию для выполнения двух заданий.

В задании 1 от ученика требуется выбрать одну из формул, представленных в таблице, применить стандартные процедуры - подстановку заданного значения в формулу и вычисления (умножение десятичного числа на 10 и сложение двух натуральных чисел в пределах 100).

В задании 2 требуется определить по формуле температуру тела в градусах Цельсия и оценить её, интерпретировать в соответствии с информацией, представленной в таблице.

Задание 1 относится к заданиям **низкого уровня** математической грамотности, т.к. учащимся предлагается ситуация на прямые вычисления по формуле на основе информации из единственного источника, представленной в единственной форме. При вычислениях выполняются действия с рациональными числами. Здесь представлена чётко заданная знакомая ситуация, связанная с определением температуры тела человека.

Задание 2 сложнее: оно содержит несколько источников (информация о плохом самочувствии учащегося с указанием значения температуры его тела в градусах Фаренгейта – один источник, таблица с оценкой температуры – второй источник), текстовую и цифровую информацию, часть из которой представлена в таблице. Для ответа на вопрос, после получения результата вычисления по формуле, надо сначала округлить его до традиционно принятого в жизни разряда (до $37,8^{\circ}\text{C}$), а затем дать ему элементарную интерпретацию. Для этого следует в первом столбе таблицы найти соответствующий этому значению интервал (от 37,1 до 39), выполнив сравнение чисел ($37,1 < 37,8 < 39$), и считать информацию из второго столбца в этой строке.

Данное задание относится к **среднему уровню** математической грамотности, так как для его выполнения от учащегося требуется совершить несколько действий и операций: подстановка числового значения в формулу, вычисления, округление результата, выбор разряда, изучение таблицы, сравнение с интервалами из таблицы и выбор подходящего.

Работа с ситуацией может быть продолжена учащимися и проведена для других значений температуры. Она может быть организована в виде небольшого исследования или проекта (изучение свойств зависимостей, соответствия нулей на шкалах - температуры замерзания и кипения воды), эта работа может быть увязана с курсом физики.

Комплексное задание «Ремонт комнаты» (2 задания).

Комплексное задание «Ремонт комнаты» описывает реальную жизненную ситуацию, которая может возникнуть в семье, делающей ремонт в квартире.

Задание формулируется вне предметной математической области в том смысле, что ученику не сказано, какие математические действия или операции требуется выполнить. Вместе с тем, включение в условие плана комнаты

помогает учащимся «увидеть» знакомые геометрические фигуры (окружность, круг, квадрат).

Когнитивная деятельность в двух заданиях различна. Вид деятельности в задании 1 – *формулировать*, т.к. ученик должен сам найти подход к определению наименьшего количества метров ковровина, то есть извлечь из текста и рисунка с планом комнаты всю необходимую для этого информацию. В частности, в тексте не сказано, что исходная форма комнаты – квадрат, это следует из приведенных размеров.

В задании 2 ученик должен *применить* математические понятия (окружность, радиус окружности, круг, квадрат), факты (свойство аддитивности площади) и процедуры (вычисление площади круга и площади квадрата), использовать навыки извлечения информации из рисунка (распознавание геометрических фигур и определение их размеров), использовать необходимые формулы для вычисления площади, получившейся в результате скругления (из площади квадрата со стороной 2 метра необходимо вычесть четверть площади круга с радиусом 2 метра). В преамбуле задания для справок учащимся даны формулы для вычисления длины окружности и площади круга, так как важно проверить не знание формулы, а умение выбрать и применить выбранную формулу для решения проблемы.

Все действия ученик должен выполнить на основе тех знаний и того опыта, который он получил на уроках математики: составлять фигуры из заданных элементов с учётом их линейных размеров, вычислять площадь фигуры сложной формы, используя свойства аддитивности площади.

Задание 1 относится к заданиям **среднего уровня** математической грамотности, т.к. здесь представлена конкретная ситуация, содержащая текстовую и цифровую информацию в нескольких источниках: план комнаты с замерах – один источник, информация о способе укладки ковровина – второй источник, информация о параметрах рулона – третий источник. Для

ответа на поставленный вопрос необходимо определить ширину комнаты; сопоставить ширину рулона с шириной комнаты, ответив на вопрос «Сколько раз 2 метра уместится в 6 метрах?»; определить длину комнаты с учётом прямого четвертого угла.

Задание 2 соответствует подготовке учащихся с **повышенным уровнем** математической грамотности: учащемуся предложен план комнаты в виде фигуры сложной формы, для которой у него нет готовой формулы, он должен использовать такое свойство площади как аддитивность. Кроме того, он должен уметь описывать решения, в некоторых случаях с использованием формального языка (используя общепринятые обозначения различных величин – радиуса окружности, площади фигур, стороны квадрата), а также уметь излагать объяснения в письменной форме. Для ответа на вопрос задания, учащемуся необходимо применить формулу для вычисления площади квадрата и формулу для вычисления площади круга.

Работа с данной ситуацией может быть продолжена и проведена с заменой размеров комнаты и ширины ковролина, что может усложнить вычисления, привести к появлению обрезков не только в скруглённом угле, но и по длине комнаты, к необходимости поиска более рациональной укладки и др.

Комплексное задание «Частота пульса при физической нагрузке» (2 задания).

В условии комплексного задания «Частота пульса при физической нагрузке» описана весьма распространённая эмпирическая формула для определения максимально допустимого пульса по значению возраста человека. Это формула Хаскеля-Фокса, в которой учитывается лишь возраст человека, она активно используется благодаря простоте и удобству. Этой точности вполне достаточно, чтобы контролировать пульс в пределах допустимого, а при необходимости вовремя сократить нагрузку, то есть до

того, как возникнут заболевания. Ввиду этого задание является информационно-познавательным и может способствовать проявлению интереса у учащихся к медицинской профессии, спорту, а также желания вести здоровый образ жизни.

Когнитивная деятельность в двух заданиях различна. Вид деятельности в задании 1 – *формулировать*: при выполнении задания учащимся необходимо по его условию составить формулу расчёта максимального пульса для того, чтобы была возможность не только читать словестную запись описанного алгоритма действий, а наглядно представить его в виде формулы. Здесь учащийся математически описывает зависимость в буквенном виде, т.е. переходит на следующий уровень формализации знаний.

В задании 2 перед учеником стоит проблема выяснить и сообщить бабушке норму её пульса при ходьбе, исходя из имеющихся параметров, указанных в условии задания. Для выполнения данного задания ученик должен *применить* такое математическое понятие как процент и выполнить следующие процедуры: подстановка числового значения в составленную формулу, вычисление (разность двух целых чисел) и нахождение процента от числа.

Задание 1 относится к заданиям **недостаточного уровня** математической грамотности, т.к. учащиеся должны ответить на явно сформулированный вопрос при условии наличия всей необходимой для этого информации с имеющимися обозначениями величин и словестно заданной формулой максимального пульса.

Задание 2 относится к **среднему уровню** математической грамотности, т.к. требует владения процентами и работы с числовым интервалом, а информацию следует брать как из преамбулы, так и из текста самого задания.

Работа с ситуацией может быть продолжена учащимися и проведена с заменой некоторых параметров:

- возраста человека, для которого требуется узнать норму пульса при ходьбе,
- вида физической нагрузки и требуемых при ней процентов нормы пульса от максимального значения, формулы Хаскеля-Фокса другими формулами расчета максимального пульса, в которых, например, дополнительно задействуется еще и вес человека.

Комплексное задание «Московский метрополитен» (2 задания).

Комплексное задание «Московский метрополитен» приведено вне предметной математической области:

- задание 1 ставит перед учащимися проблему из сферы рекламы выгодного приобретения билетов в метро;
- задание 2 описывает реальную жизненную ситуацию, которая может возникнуть при покупке билетов человеком, постоянно пользующимся общественным транспортом.

Вводный текст к заданиям, преамбула, состоит из трёх частей: графической (не несущей смысловой нагрузки), текстовой и табличной, которая и содержит основную информацию для выполнения двух заданий.

Задание 1 относится к заданиям **среднего уровня** математической грамотности: учащемуся необходимо работать с конкретной ситуацией (экономия на покупке билетов на большее количество поездок, заданы все необходимые данные), проявить способность выполнять процедуры в несколько шагов (реальные расчеты с извлечением данных из таблицы), записать решение, содержащее прямые рассуждения. Для выполнения данного задания от учащегося требуется совершить три операции: выбрать из таблицы необходимые данные, применить стандартные процедуры - вычисления с рациональными числами (умножение количества одноразовых билетов на их стоимость, разность полученного результата и стоимости билета на 40 поездок). Однако это при условии, что ученик понимает источник экономии –

меньшая стоимость одной поездки при увеличении числа поездок в одном билете. Если он этого не знает, то ситуация в определенном случае становится для него проблемной. Но даже в этом случае он должен понимать, что надо сравнить две стоимости и может рассуждать так: если купить билет на 40 поездок, то затратишь 1494 рубля, если покупать одноразовые билеты, то за те же 40 поездок затратишь $40 \cdot 55 = 2200$ рублей, т.е. больше, чем в первом случае; значит, покупка билета сразу на 40 поездок позволяет сэкономить, разница очевидна: $2200 - 1494 = 706$ рублей.

Задание 2 относится к заданиям **высокого уровня** математической грамотности, т.к. в нем представлена проблемная ситуация: надо определить наименьшее число совершенных поездок, при которых покупка билета на 40 поездок является оправданной. Прежде всего, ученик должен понять, что фактическая стоимость одной поездки при покупке такого билета будет зависеть от числа совершенных поездок: если совершить все 40 поездок, то каждая поездка будет стоить $1494 : 40 = 37,35$ (руб.), если 39 поездок, то $1494 : 39 = 38,31$ (руб.), если 38 поездок, то $1494 : 38 = 39,32$ (руб.) и т.д., т.е. стоимость возрастает. Если сделать всего одну поездку, то она будет стоить 1494 рубля. Понятно, что в какой-то момент стоимость поездки по этому билету может возрасти до стоимости одноразового билета, т.е. до 55 рублей, в этом случае экономия станет равна нулю. Как найти это число поездок? $1494 : 55 = 27,1$ (или сначала составив уравнение: $1494 : x = 55$). Но число поездок должно быть целым числом. Поэтому еще одна трудность этого задания – округление по смыслу, здесь надо определить, в какую сторону округлять: с избытком или с недостатком. Снова можно просто подсчитать, что 27 поездок по 55 рублей каждая будут стоить $27 \cdot 55 = 1485 < 1494$, значит, никакой экономии уже нет, а вот 28 поездок - $28 \cdot 55 = 1540 > 1494$, и есть небольшая экономия.

Таким образом, учащимся требуется выбрать и интегрировать информацию из различных источников (таблица из вводной части и сведения,

приведенные в самом задании), связать между собой информацию, представленную в текстовой и табличной формах, выполнить вычисления с рациональными числами (деление стоимости билета на 40 поездок на стоимость билета на одну поездку), выбрать подходящий по смыслу ситуации результат.

В задании 2 не требуется предоставлять запись решения, т.к. здесь всего одно действие и из результата понятно, что ученик рассуждал верно. Единственная очевидная ошибка, которая может быть допущена, – это округление по правилам, а не по смыслу, в этом случае выполнение оценивается одним баллом.

Работа с ситуацией может быть продолжена учащимися и проведена:

- с заменой стоимости билетов,
- с дополнением таблицы информацией о билетах на другое число поездок и указанием их стоимости и пр.

Полезно также изучить, как стоимость одной поездки изменяется с ростом числа поездок в билете. Эту работу можно организовать в паре, а для вычислений использовать калькулятор.

Комплексное задание «Акции и скидки» (2 задания).

Это комплексное задание почти не содержит вводного текста, в преамбуле ученику дается отсылка к вполне знакомой ему ситуации различных скидок и акций, проводимых магазинами. В каждом из двух заданий рассматривается один из видов скидок, предоставляемых покупателю, выполняющему определенные условия: в задании 1 этим условием является приобщение к покупке новых покупателей, в задании 2 – покупка второго товара.

Задание 1 относится к заданиям **низкого уровня**, поскольку имеет место конкретная знакомая ситуация. Все основные факторы представлены простейшими действиями: задана величина скидки за каждого друга и общая

скидка, надо определить число друзей (деление целых чисел), а также записать выражение для определения величины скидки при заданных буквенных значениях переменных (произведение двух переменных). Тем самым ученику предлагается представить математическую модель данной ситуации. Определенное усложнение представляет собой лишь то, что хотя речь идет о процентах, при этом вычислять сами проценты не требуется (в этом есть некоторая необычность ситуации).

В этом задании есть своя картинка, которая также может быть полезна ученику, поскольку на ней информация, представленная в тексте в развернутом виде (за каждого друга – скидка 5%, то есть 5 % за одного друга, 10 % за двух, 15 % за трёх и так далее), что помогает четко понять правило, повторяется в свернутом виде (за каждого друга скидка 5%), что помогает перейти к действию, которое дает ответ на вопрос.

Обсуждая задание, полезно поговорить о том, есть ли при такой системе скидок ограничения на количество приводимых друзей. Например: какой будет скидка, если Лиза приведет 10 подруг? Что следует оговорить продавцу, чтобы не попасть в нежелательную для него ситуацию?

Задание 2 относится к заданиям **среднего уровня**, поскольку от учащихся требуется выполнить действия с десятичными дробями, вычислять проценты, сравнивать числа. С точки зрения чтения описания ситуации, важно понять, какая стоимость в чеке будет стоять первой, а какая – второй. Как и в задании 1, это конкретная ситуация, простая модель, имеющая чётко заданные ограничения. Запись решения вполне стандартна. При этом основным видом когнитивной деятельности в этом задании является не применение знакомых стандартных процедур, а *интерпретация*, сравнение полученного результата с заданным ограничением.

Продолжая работу над данным заданием, можно предложить учащимся самостоятельно составить аналогичное задание, задав и исходные данные и

ограничения. Кроме того, возможно и усложнить ситуацию, добавив условия на третий товар или даже четвертый.

**Комплексное задание «Конструкция строительной фермы»
(2 задания).**

В вводной части комплексного задания содержится описание того, что представляет собой строительная ферма, дается графическое изображение (фото), позволяющее визуализировать данный объект, найти ему аналог в своей памяти, а также дается геометрический чертеж, представляющий собой модель строительной фермы, изображенной на фото, и переводящий ситуацию в поле геометрии.

Для успешного выполнения заданий 1 и 2 требуется, работая с заданной моделью, *применить* для определения входящих в нее элементов (угловых и линейных, соответственно) ряд известных из курса геометрии процедур (распознавание смежных углов и треугольников – равностороннего, прямоугольного, равнобедренного) и фактов. Если иметь в виду использование комплексного задания в 7-м классе, то этими фактами будут свойство смежных углов, сумма углов треугольника, углы равностороннего треугольника, свойство углов при основании равнобедренного треугольника, прямоугольного треугольника с углом в 30° , если использовать задание в 9-м классе, то добавится подобие треугольников.

Задание 1 более простое и не требует оформленного решения, поэтому оно отнесено к **среднему уровню**. В задании 2 более высокий предметный уровень, а соответственно, и уровень математизации рассматриваемой ситуации, так как самый рациональный путь решения связан с заменой изображенной геометрической модели на более простую – прямоугольный треугольник ABC с известным катетом, лежащим против угла в 30° . Задание 2 отнесено к **повышенному уровню**.

Комплексное задание, как уже отмечено выше, может быть предложено учащимся повторно в 9-м классе, чтобы они могли использовать более широкий спектр методов, в частности, подобие.

Комплексное задание «Экскурсия по заповеднику» (2 задания).

Данное комплексное задание в преамбуле содержит: вербальное описание ситуации туристической экскурсии по природно-этнографическому заповеднику (место начала маршрута и место его окончания, события на маршруте - посещение этнографической деревни, пешие переходы и на велосипедах, переправа через горную реку); график движения туристов по маршруту; дополнительную информацию о скоростях передвижения пешеходов и велосипедистов по пересеченной местности. Моделью ситуации является кусочно-заданный линейный график.

В задании 1 необходимо *применить* навыки чтения графика зависимости расстояния, на котором туристы находятся от базы, по маршруту от времени, чтобы выбрать из приведенных утверждений все верные.

Одни утверждения требуют прямого считывания информации с графика: расстояние от базы в заданное время, время окончания маршрута и пр., другие – преобразования и интерпретации данных, которые можно «снять» с графика, применения стандартных процедур: определение общей длины маршрута, скорости движения на участках, суммарного времени всех перемещений по маршруту и пр. Именно в силу последнего задание отнесено к **среднему уровню**.

В задании 2 необходимо сопоставить и *интерпретировать* информацию, представленную на графике и на фотографиях, пользуясь понятием скорости движения. Нужно понимать, как отражается на графике информация о том, что скорость туристов равнялась нулю, что туристы шли пешком или ехали на велосипедах. Ситуация является конкретной, но это более высокий уровень формализации и математизации представления ситуации, поэтому задание 2 отнесено к **повышенному уровню**.

Комплексное задание «Предпраздничная распродажа» (2 задания).

Это еще одно комплексное задание, связанное с различными схемами скидок, которые применяются магазинами на распродажах, и оно может быть использовано как продолжение комплексного задания «Акции и скидки».

В задании 1 представлена проблемная ситуация: надо определить, в каком из двух магазинов условия конкретной покупки являются для покупателя более выгодными. Для этого необходимо внимательно вчитаться в условие и просчитать два альтернативных варианта, предлагаемых магазинами. Выполняя вычисления, необходимо применить хорошее владение процентами. Требуется запись решения. Задание 1 отнесено к **повышенному уровню**.

Задание 2 отнесено к **высокому уровню**. В нем даны утверждения, которые для определения, являются ли они верными, требуют различных способов рассуждения, переформулирования заданных условий, выполнения вычислений и высокого уровня интерпретации и оценки в рамках представленной модели. Утверждение 1 требует сравнения двух вариантов покупки – с шарфом (27900 руб.) и без шарфа (26600 руб.), которые различаются величиной скидки. Утверждение 2 «Покупка шарфа обошлась покупателю в 2,85 тыс. р.» требует понять, что означает в данном случае «покупка обошлась в ...», ведь стоимость шарфа – 3000 рублей. То есть, что шарф, как и костюм, куплен со скидкой 10%. Процент от суммы равен сумме процентов от каждого слагаемого, и наоборот. Полезно обсудить и обосновать, в том числе алгебраически, этот факт, имеющий часто применимое прикладное значение, отдельно. Утверждение 3 - оценочного характера, что и используется продавцами: примерно за одну и ту же сумму денег (На сколько больше заплатил покупатель в данном случае? На 1300 рублей) покупатель приобретает не один товар, как планировал, а два или более. В этом смысле (относительно первоначального плана покупки) можно считать, что шарф был куплен за 1300 рублей.

КОММЕНТАРИИ

к открытому банку заданий
для формирования функциональной грамотности

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ

9 класс

ЧАСТЬ 1

Комплексное задание «Полочка в шкафу» (2 задания)

Комплексное задание «Полочка в шкафу» содержит проблемную ситуацию, с которой может столкнуться каждый, кто умеет что-то делать по дому своими руками, мастерить, ремонтировать. В данном случае сюжет связан с изготовлением прямоугольной полочки заданного размера из куска фанеры, также имеющего определенную форму и размеры. Проблема в том, подходит ли этот кусок, как это можно определить виртуально, не выполняя реальных непосредственных действий сравнения, например, с помощью наложения. Комплексное задание отнесено к контексту **Образование/Профессиональная деятельность**, т.к. связано с определенной профессией.

Оба задания связаны с геометрическим содержанием курса математики, с использованием геометрических фактов и построений, связанных с прямоугольником и прямоугольной трапецией, что и определяет область содержания – **Пространство и формы**.

В описании комплексного задания приводится не только чертеж трапеции, но и схематические изображения двух возможных вариантов наложения прямоугольника и трапеции: на первом рисунке прямоугольник полностью расположен внутри трапеции (лист подходит), на втором – прямоугольник выходит за контуры трапеции (лист не подходит).

Задание 1 связано с двумя высказываниями относительно того, является ли сравнением площадей двух фигур или сравнение длин сторон прямоугольника и трапеции достаточным условием того, что прямоугольник поместился во внутренней области трапеции. Оба приведенных в задании высказывания являются неверными, и чтобы обосновать это, требуется построить и записать контрпример. Это логическое умение, поэтому вид деятельности, к которому отнесено задание, – **рассуждать**, и умение достаточно сложное, поэтому задание отнесено **к высокому уровню сложности**.

Задание 2 содержит решение задачи о том, какими могут быть длины сторон прямоугольника, чтобы он не выходил за границу трапеции. Прежде всего, учащимся необходимо понять предложенное решение, поэтому вид деятельности определен как *рассуждать*, а затем, чтобы ответить на поставленный вопрос, определить, какие факты курса геометрии использованы в этом решении, и выбрать их из предложенного списка (даны 5 теорем, для получения двух баллов надо верно выбрать 3 из них). Задание отнесено к заданиям *среднего уровня* сложности.

Комплексное задание «Игра в лото» (2 задания)

Комплексное задание «Игра в лото» описывает реальную жизненную ситуацию, которая может возникнуть в любой семье, когда дети (или дети с родителями) проводят вместе время отдыха, но хотят в ходе общения получить какую-то интересную информацию, сделать какие-то выводы. Все вопросы относятся к одному контексту – *Научная деятельность*.

Перед выполнением заданий ученик знакомится с описанием ситуации. Информация о правилах игры (для того случая, когда школьник не знаком с ними) представлена в тексте.

Задание формулируется вне предметной математической области в том смысле, что для ученика описана ситуация, которая может возникнуть в ходе игры, а не изучения раздела математики. Вместе с тем, включение в условие задания вопроса, связанного с математическим понятием «вероятность события» помогает учащимся «увидеть» объект, который встречался им на уроках математики. Оба задания сосредоточены в одной области содержания – *Неопределенность и данные*. Для успешного выполнения заданий от ученика требуется умение вычислить вероятность случайного события, используя определение. Для получения ответа требуется также владеть понятием дроби.

Когнитивная деятельность в двух вопросах одинаковая: используется вид деятельности «*применять*», включающий в себя умение использовать математические понятия и процедуры, выявлять связи между математическими величинами для решения уже сформулированной на языке математики проблемы.

В вопросе А задания 1 требуется вычислить вероятность того, что на выбранном бочонке будет однозначное число, а в вопросе Б нужно вычислить вероятность того, что на бочонке будет число, кратное 15. Заметим, что подсчет числа благоприятных исходов в первом случае связан с определением количества однозначных чисел в промежутке от 1 до 90 (простейшая задача для девятиклассников). Во втором случае число благоприятных исходов вычисляется немного сложнее, потому что требуется выполнение двух условий: определить количество чисел, лежащих в промежутке от 1 до 90, кратных 15. Нужно отметить, что аналогичные задачи на кратность чисел можно уже предлагать и ученикам 5–6-х классов, они не должны вызывать затруднения. При подсчете вероятности напрямую применяется определение.

Задание относится к заданиям *среднего уровня* сложности. Девятиклассник работает с некоторой игровой (возможно, знакомой ему) ситуацией с информацией, представленной в достаточно явном виде, но в тексте, где есть и другая числовая информация. Это отличает данное комплексное задание от традиционных математических задач. Учащимся также дано изображение конкретной карточки из заданий 1 и 2, однако, это скорее, иллюстративный материал, поскольку вся необходимая для ответа на вопрос информация содержится в тексте.

Ситуация, предложенная в задании 2, усложняется за счёт того, что ученик должен проанализировать условие задачи и понять, какие исходы можно считать благоприятными, то есть требуется внимательно прочитать условие задачи. Информация, необходимая для понимания ситуации и

выполнения задания, представлена в тексте. Для выполнения второго задания от учащегося требуется умение правильно понимать математический текст. Это задание *низкого уровня* сложности. Девятиклассник работает с ситуацией, представленной в явном виде. Для получения ответа требуется выполнить простейшие действия.

Поскольку оба задания близки к предметным результатам обучения базового уровня, их (или составленные по аналогии) можно использовать как на тематических уроках с целью внедрения разнообразия в рассматриваемые сюжеты, а также и для контроля. Расширить спектр и сложность задаваемых вопросов можно, если использовать то условие, что игрок может взять несколько карт.

Комплексное задание «Олимпийские медали» (2 задания)

Комплексное задание «Олимпийские медали» описывает реальную ситуацию при проведении XXII Зимних Олимпийских игр и связано с их подготовкой (изготовление медалей для награждения победителей). Все вопросы относятся к одному контексту *Общественная жизнь*.

Задания 1 и 2 формулируются вне предметной математической области (особенно задание 2): ученику не сказано, какие математические действия требуется выполнить. Задание 1 относится к области содержания *Количество*: ученикам предложено вычислить массу 97 серебряных медалей (вопрос А) и примерную массу серебра заданной пробы, израсходованного на изготовление одной серебряной медали XXII Зимних Олимпийских игр (вопрос Б).

Вопросы А и Б в первом задании максимально приближены к базовым предметным результатам, поэтому вид деятельности, используемый учащимися, – *применять*, включающий в себя умение использовать математические процедуры, выявлять связи между математическими величинами для решения уже сформулированной на языке математики

проблемы. В этом задании это: перевод процента в дробь (92,5 %), нахождение процента от числа, вычисление произведения целого и десятичного чисел, двух натуральных чисел, выражение величины в килограммах и округление до целого.

Задание 1 соответствует подготовке учащихся со *средним уровнем* математической грамотности: эти школьники могут работать с конкретными ситуациями, применять стандартные методы решения, делать прямые выводы. В этом задании ученику предложена ситуация, достаточно близкая к ситуациям, рассматриваемым на уроках математики, однако, дополнительную сложность представляют собой сразу несколько аспектов. Во-первых, это дробные проценты, во-вторых, то, что требуется применить умение выбирать и связывать между собой информацию, представленную в различных формах – текст и справочный материал, в-третьих, необходимость внимательно читать и вникать в конкретные аспекты ситуации (например, в одном случае надо найти массу серебра, а в другом – массу медали).

Задание 2 относится к области содержания *Пространство и формы*: ученики должны применить формулы для вычисления объемов фигур: параллелепипеда (сейф) и цилиндра (медаль), вторая из этих формул дана в справочных материалах. Вопрос содержит несложную проблемную ситуацию: установить, уместятся ли серебряные медали в сейфе указанных размеров. Для ответа на поставленный вопрос школьники должны разработать план, который состоит в том, чтобы определить объем, занимаемый медалями, и сравнить его с внутренним объемом сейфа. Такова новая постановка вопроса самим учащимся, то есть требуется переформулировать вопрос задания, что и составляет идею решения.

Вид деятельности в задании 2 – *формулировать*, включает умение определить, из какого раздела математики он может извлечь требуемые знания, чтобы решить проблему, и сформулировать задачу. В рассматриваемом задании ставится вопрос о том, соответствует ли

внутренний размер сейфа (другими словами, его вместимость) тому объему, который будут занимать серебряные медали. При решении этой проблемы ученик должен найти подход к нахождению объема медали, сделав при этом некоторую идеализацию формы медали (приняв ее за цилиндрическую).

Задание 2 соответствует подготовке учащихся с *высоким уровнем* математической грамотности. Ученики, находящиеся на этом уровне, способны работать с комплексными проблемными ситуациями, различными моделями и их ограничениями, разрабатывать собственные стратегии решения, выбирать информацию из нескольких источников, представленную в стандартных формах (таблица, формула, символьная запись), представлять свои рассуждения в письменной форме, использовать формальный язык, делать выводы и давать интерпретации полученным результатам. Именно таким характеристикам и соответствует эта задача.

При выполнении этого задания учащиеся могут испытывать затруднения, связанные с пониманием той ситуации, которая им предлагается для анализа: сравнить вместимость сейфа и тот объем, который имеют серебряные медали, основываясь на внутренних размерах сейфа, хотя в условии даны и его внешние размеры. В описании ситуации есть лишние данные, которые не пригодятся учащимся для решения поставленной перед ними проблемы. Успех разрешения поставленной проблемы во многом определяется пониманием и правильным представлением описанной ситуации.

При выполнении этого задания учащиеся могут рассуждать различными способами для вычисления объема медалей (в том числе, использовать приближенные вычисления):

- вычислить объем 97 медалей, принимая форму медали за цилиндрическую;
- вычислить объем параллелепипеда, считая, что каждая медаль упакована, например, в картонную коробку;

- вычислять число медалей, которые можно уложить по высоте сейфа, по ширине и по длине.

Все верные способы решения, которые могут быть представлены учащимися, должны приниматься.

Комплексное задание «Дорога до дачи» (3 задания)

Комплексное задание описывает реальную жизненную ситуацию, которая может возникнуть в семье, путешествующей на автомобиле, она хорошо знакома ученику и понятна ему. Все вопросы относятся к одному контексту — *Личная жизнь*.

Задание формулируется вне предметной математической области в том смысле, что ученику не сказано, какие математические действия или операции требуется выполнить. Вместе с тем включение в условие задания графика движения автомобиля помогает учащимся «увидеть» объект, который встречался им на уроках математики.

Все три вопроса заданий сосредоточены в одной области содержания – *Изменения и зависимости*: ученикам предложен график зависимости пути от времени движения. Задание 1 максимально приближено к базовым предметным результатам, задания 2 и 3 содержат несложные проблемные ситуации: предложить свою трактовку событий, отраженных на участке графика (график параллелен оси абсцисс – расстояние остается постоянным); определить наименьшее время движения по объединённому участку дороги (здесь две стратегии – данные для решения проблемы можно выделить из графика или из текста условия). Очевидно, что все действия ученик должен выполнить на основе тех знаний и того опыта, который он получил на уроках математики: читать и понимать график зависимости, интерпретировать результаты анализа графика в условиях заданной ситуации.

Когнитивная деятельность во всех трех вопросах различна. В задании 1 учеником используется вид деятельности – *применять*, включающий в себя

умение использовать математические понятия и процедуры, выявлять связи между математическими величинами для решения уже сформулированной на языке математики проблемы; здесь это осуществляется на основе чтения кусочно-заданного графика.

Вид деятельности в задании 2 – *интерпретировать*, включающий в себя умение переводить математическое решение в контекст реальной проблемы, оценивать и объяснять результаты; необходимо представить свою интерпретацию ситуации, возникшую на 100-м км дороги – это участок, на котором не меняется расстояние.

Вид деятельности в задании 3 – *формулировать*, включающий в себя умение определить, из какого раздела математики он может извлечь требуемые знания, чтобы решить проблему. В рассматриваемом задании ставится вопрос о нахождении наименьшего времени, за которое можно будет преодолеть объединенный скоростной участок по завершении дорожных работ. При решении этой проблемы ученик должен найти подход к нахождению наименьшего времени, то есть извлечь из текста информацию, касающуюся максимальной скорости, которую можно развивать на данной скоростной дороге, и к определению длины объединенного участка, образованного из трех участков.

Задание 1 соответствует подготовке учащихся с *низким уровнем* математической грамотности: ученику предложена готовая модель движения, представленная в виде кусочно-заданного графика; от него требуется умение выбирать и связывать между собой информацию, представленную в тексте и на графике, понимать информацию, напрямую связанную с конкретным аспектом ситуации.

Задание 2 выявляет учащихся, математическая грамотность которых отвечает *низкому уровню*: эти школьники могут работать с элементарными ситуациями («считывать» информацию с графика движения), применять простые модели и стандартные методы решения (интерпретировать

расположение части графика), делать прямые выводы (расстояние остается постоянным – на трассе это возможно в случае отсутствия движения, возможно, это пробка, поломка и пр.).

Верное выполнение задания 3 дает информацию об учащих, математическая грамотность которых отвечает *среднему уровню*, т.к. ситуация стандартна – учащиеся решали много задач, связанных как со скоростью движения, так и с реальными графиками, связывающими понятия расстояния, скорости и времени равномерного движения. Ученики должны пользоваться различными формами представления информации («считанной» с графика движения и полученной из анализа условия комплексного задания); владеть изученными математическими понятиями (средняя скорость движения, обратно пропорциональная зависимость), фактами (способ нахождения средней скорости), уметь распознавать их в реальных ситуациях; уметь проводить рассуждения (неизвестны расстояние, время, способ нахождения наименьшего времени, затраченного на движение по заданному пути); уметь четко и точно формулировать свои выводы.

Комплексное задание «Как измерить ширину реки» (3 задания)

Комплексное задание включает три вопроса, отнесенных к двум областям – *Пространство и формы* и *Количество*. В задании описан один из классических сюжетов измерений на местности – определение ширины реки. Приводится алгоритм построений на местности с соответствующим ему чертежом. Способ основан на построении двух равных треугольников.

В задании 1 требуется обосновать приведенный алгоритм, то есть привести доказательство того, что построенный отрезок равен ширине реки, которое сводится ко второму признаку равенства прямоугольных треугольников по катету и прилежащему к этому катету углу. Задание *среднего уровня* сложности, вид деятельности – *формулировать*, т.к.

необходимо переформулировать алгоритм, описанный на языке реальных построений на местности, в геометрическую задачу на доказательство.

В задании 2 речь идет об измерении расстояния, точнее, о преобразовании расстояния, измеренного шагами, в расстояние, выраженное в метрах. Это вычислительная задача, одна из необходимых величин рассчитывается по формуле: используется формула для вычисления длины шага, зависящей от роста человека, все входящие в формулу величины заданы в явном виде в условии задания. Вид деятельности – *применять*, т.к. достаточно очевидным образом используются стандартные процедуры: выражения в метрах длины, выраженной в сантиметрах; вычисления по формуле; умножения десятичной дроби на натуральное (круглое) число; округления. *Уровень сложности – высокий* в силу необходимости использовать для промежуточных результатов необычной формулы и предварительно выразить в метрах рост, заданный в сантиметрах, что требует дополнительного внимания при чтении условия и культуры работы с реальными, практическими формулами.

Задание 3 также отнесено к *высокому уровню* сложности. Здесь представлена проблемная ситуация, связанная с необходимостью преобразования использованного алгоритма для случая, когда встречаются определенные ограничения на местности. Думается, что требуется творческий подход, большая свобода владения математическим материалом, привлечение других фактов геометрии, например, подобия или симметрии, что и определяет виде деятельности – *рассуждать*.

Комплексное задание «Куриные яйца» (3 задания)

Комплексное задание включает три вопроса, отнесенных к области *Неопределенность и данные*, т.к. они связаны: с извлечением и преобразованием данных, расположенных в тексте и на изображении, представлением их в заданном формате (задание 1), с чтением табличных

данных (задания 2 и 3), вычислением статистических характеристик (задание 2) и вычисление вероятности случайного события (задание 3).

Данное комплексное задание представляет собой достаточно редкий случай, когда отдельные вопросы отнесены к различным контекстам: первое из заданий – к контексту *Личная жизнь*, два других – *Образование/профессиональная деятельность*. Это связано с тем, что определение конечной даты реализации продукта – актуальный вопрос для каждого человека при покупке продуктов питания.

Задание 1 отнесено к *низкому уровню* сложности, т.к. основа успеха при его выполнении – внимательное чтение текста и условия вопроса. Рассмотрев изображение на фото, ученик должен отнести яйцо к определенной категории, которой соответствует установленный срок реализации – 25 дней, и прибавить эту величину к дате, проставленной на яйце. Сложность заключается в переходе на новый месяц с учетом числа дней в конкретном месяце выпуска продукции, в данном случае это февраль. Вид деятельности этого задания – рассуждать, а не интерпретировать, как могло показаться, именно потому, что необходимо учитывать дополнительное условие продолжительности конкретного месяца.

В задании 2 следует вычислить среднее значение массы яиц конкретной партии, представленной в таблице, в которую входят яйца различной категории, доля яиц каждой категории (в процентах) указаны в таблице. Также в таблице задан установленный диапазон значений массы для каждой категории яиц. То есть необходимо вычислить среднее арифметическое по частоте, определив для каждого диапазона среднее значение. Кроме того, необходимо выразить проценты дробью, выполнить соответствующие арифметические действия и округлить результат до целого числа. Это задание отнесено к *высокому уровню* сложности, а вид деятельности – *применять*.

Выполнение задания 3 также связано с представленной в описании ситуации таблицей, с вычислениями, но здесь надо вычислять вероятность случайного события. Вид деятельности – **применять**: необходимо трактовать частоту (долю) как вероятность, представив ее соответствующей десятичной дробью, как и принято выражать вероятность в математике (если вероятность представлена в процентах, результат оценивается одним баллом). Задание отнесено к **среднему уровню** сложности, т.к. в вопрос Б следует определиться с благоприятными исходами, исходя из условия «не менее 55 г», которому соответствуют 3 категории – первая, отборная и высшая.

Определение последней даты реализации продукта – актуальная задача для каждого покупателя, поэтому такого рода задачи можно использовать и в 5-6-х классах в рамках устного счета.

По данной в описании таблице могут быть составлены и другие вопросы, как более простые, так и более сложные, в частности, на определение других статистических характеристик представленного в таблице набора данных: медиана, мода, размах, наибольшее и наименьшие значения, а также дисперсия.

Комплексное задание «Велосипедное колесо» (2 задания)

Описание комплексного задания «Велосипедное колесо» содержит много разнообразной информации: описание конструкции колеса, сопровождаемое схематическим рисунком, стандартные размеры колес, справочная информация, связанная с окружностью, и о переводе несистемной единицы измерения «дюйм» в метрическую систему мер. Речь не идет о профессиональных аспектах использования велосипеда, задание отнесено к контексту *Личная жизнь*.

Задание 1 связано с наибольшей длиной окружности колеса среди четырех велосипедов с заданными диаметрами, и отнесено оно к

содержательной области **Пространство и формы**. Задание *низкого уровня* сложности, здесь есть возможность ответить на поставленный вопрос, используя интуицию, особенно тем учащимся, у кого есть велосипед.

В задании 2 необходимо составить формулу для вычисления числа оборотов велосипедного колеса с заданной высотой покрышки, зависящего от пройденного расстояния и диаметра обода, что определяет вид деятельности – **формулировать** (следует сформулировать интуитивно понимаемые зависимости на языке алгебры). Это довольно сложная зависимость – прямо пропорциональная от расстояния и обратно пропорциональная от диаметра обода, причем в нее должна войти и формула длины окружности. Поэтому задание отнесено к **высокому уровню** сложности.

Задания, связанные с колесами, традиционно довольно сложны для учащихся, они требуют понимания прямой и обратно пропорциональной зависимостей, а также пространственного воображения, ведь следует представить, как окружность как бы разворачивается, распрямляется на плоскости, оставляет след на дороге. Одно понятие (длина окружности) переходит в другое (расстояние, пройденный путь), одна формула (геометрическая) «встречается» с другой (алгебраической). Поэтому такого рода задания можно включать в различные темы курса математики, как геометрические, так и алгебраические.

Комплексное задание «Стеллаж из ящиков» (2 задания)

Оба вопроса данного задания связаны с распознаванием геометрических фигур, определением их элементов и относятся к содержательной области **Пространство и формы**.

В задании 1 ученику необходимо **интерпретировать** элементы конструкции стеллажа, созданной из одинаковых ящиков, соотнести их с параметрами ящика, оценить форму и размеры ниш, которые образуются в

данной конструкции, основу которой составляет квадрат. Учащиеся должны распознать равносторонний треугольник и ромб. Величины углов ромба необходимо вычислить, увидев, что тупой угол ромба в сумме с двумя прямыми углами квадрата и углом равностороннего треугольника составляют 360° , а затем воспользоваться теоремой о сумме углов четырехугольника. Распознать равносторонний треугольник несложно, но в силу работы с ромбом, задание соответствует *среднему уровню* сложности.

Задание 2 отнесено к *высокому уровню* сложности, поскольку, прежде всего, в нем предложена проблемная ситуация: оценить высоту получившейся конструкции. На основе интуиции, воображения и известных ему геометрических фактов учащийся должен выстроить цепочку рассуждений, разрешающих поставленную проблему. Ему необходимо применить несколько геометрических фактов: использовать основные свойства прямоугольных треугольников, соотношений между сторонами и углами в прямоугольном треугольнике, теорему Пифагора. Помимо этого, он должен представить свое решение со всеми необходимыми пояснениями, провести оценку полученного результата. Основной вид деятельности при выполнении данного задания – *рассуждать*.

В рассматриваемой конструкции есть ниши, имеющие форму равнобедренного треугольника, достраиваемые до трапеции, таким образом, использование этого задания не ограничивается лишь приведенными вопросами.

Комплексное задание «Конкур» (2 задания)

Комплексное задание «Конкур» представляет собой ситуацию, задания которой относятся к различным содержательным областям – *Изменение и зависимости* и *Количество*. В заданиях рассматриваются параметры лошадей, удовлетворяющих условиям для конкурра, однако, в первом задании акцент сделан на формальную алгебраическую запись этих условий, а во

втором задании – на числовые значения. Соответствующие вопросы относятся к профессиональной деятельности специалистов, занимающихся разведением лошадей.

В задании 1 необходимо условия, сформулированные вербально, записать в виде двойных неравенств. Это задание достаточно близко к предметным результатам, поэтому здесь необходимо применить предметные алгебраические знания: первое неравенство задает числовой интервал, в котором должен располагаться такой параметр, как высота лошади в холке; второе неравенство показывает зависимость между косой длиной туловища и высотой в холке. Вид деятельности – *применять*. Учащимся необходимо быть внимательными и использовать соответствующий условию знак нестрогого неравенства. Именно в силу достаточно высокого уровня формализации это задание отнесено к *среднему уровню* сложности.

В задании 2 вид деятельности – *рассуждать*, что обусловлено отсутствием известной стратегии выполнения подобного рода заданий. Во-первых, надо проверять выполнение двух условий, одного из которых независимо, а второе зависит от первого. Во-вторых, поскольку в явном виде не требуется высказаться относительно каждой лошади (работать с таблицей по строкам), а следует выбрать тех из них, которые удовлетворяют двум условиям, можно сначала выбрать лошадей, удовлетворяющих первому условию, а затем проверять для них выполнение второго условия. Это работа с таблицей по столбцам. Работая с некоторым массивом информации, следует думать не только о том, чтобы не ошибиться, удерживая в памяти числовые значения границ интервала и разницу двух характеристик, а также тот факт, что неравенства нестрогие, а, следовательно, входят в допустимые значения. Следует думать и о том, чтобы выполнить работу рационально, не делать лишние действия, так как это еще и временные затраты.

Если говорить о математической сложности задания, то в нем фигурируют целые положительные числа и самые простые действия с ними, поэтому задание отнесено к заданиям *низкого уровня* сложности.

Комплексное задание «Деревенский колодец» (2 задания)

В задании описан реальный объект, знакомый, возможно, лишь части школьников, которые проводят время в сельской местности, других эта задача погрузит в новую ситуацию, о которой они еще не слышали и не знают. Таким образом, приведенное в условии описание устройства обычного деревенского колодца будет им полезно для получения новой информации. Все задания носят познавательный характер и относятся к одному контексту – *Научная деятельность*.

В условии описывается принцип работы деревенского колодца, представлены две схемы – колодца и, отдельно, ворота, даны формулы длины окружности и площади круга, а ученику не сказано, какие математические действия или операции требуется выполнить, чтобы ответить на поставленные в задании вопросы. Вместе с тем, включение в условие комплексного задания схематичных рисунков и справочных материалов помогает учащимся «увидеть» материал, который встречался им на уроках геометрии. Оба задания сосредоточены в одной области содержания: *Изменения и зависимости*.

Два вопроса в задании 1 приближены к базовым предметным результатам, потому что ставится проблема о вычислении глубины (высоты) объекта и составлении формулы для ее вычисления. В задании 2 предлагается решить обратную задачу: подсчитать, сколько оборотов ручкой нужно сделать, чтобы поднять ведро с водой с указанной глубины. Очевидно, что все действия ученик должен выполнить на основе тех знаний и того опыта, который он получил на уроках математики: читать и понимать

схематичный рисунок колодца (в разрезе), учитывать параметры составляющих (высоту сруба над землей, высоту воды и пр.).

Когнитивная деятельность в двух заданиях одинаковая – **формулировать**, она включает в себя умение определить, из какого раздела математики необходимо извлечь знания, требуемые для решения проблемы, и определиться с моделью ситуации – построить геометрическую модель и описать ее алгебраически. В рассматриваемых заданиях ставятся вопросы о характере зависимости глубины колодца, диаметра ворота и числа оборотов ворота при подъеме воды из колодца. При ответе на второй вопрос ученик должен понимать, как длина цепи, наматываемой на ворот колодца за один оборот, связана с длиной окружности и, соответственно, диаметром ворота.

Задание 1 соответствует подготовке учащихся со **средним уровнем** математической грамотности: ученики должны воспользоваться различными формами представления информации (схематичный рисунок колодца и его ворота, справочные материалы и текст условия, разъясняющий устройство колодца); разобраться с представленной конструкцией, конкретной и описанной в своих деталях. Они должны разобраться с представленными величинами (глубина колодца, высота сруба, диаметр ворота, число оборотов), решить задачу сначала «в числах» (вопрос А), а затем записать соответствующую формулу, связывающую все величины (вопрос Б). Учащиеся должны владеть изученными математическими понятиями (длина окружности, радиус, диаметр), знать единицы измерения длин и уметь переводить сантиметры в метры, кроме того, для получения верного ответа на поставленные вопросы ученики должны владеть алгебраическими навыками работы с формулами (составление формулы, использование известной формулы длины окружности), вычислительными навыками и навыками округления.

Ответ на вопрос задания 2 также дает информацию об учащихся, математическая грамотность которых отвечает **высокому уровню**. Здесь

также ученики должны использовать различные источники информации (два схематических рисунка, справочные материалы и текст условия), владеть теми же понятиями и умениями из курсов геометрии, алгебры, вычислительными навыками, но теперь им надо сконструировать метод определения числа оборотов ворота для подъема ведра из колодца определенной глубины. Они могут воспользоваться составленной в задании 1 формулой, выразив из нее число оборотов или найдя отношение длины поднимаемой цепи к длине окружности ворота. В некотором смысле это обратная задача к задаче 1, что и делает ее более сложной. Помимо этого, они должны продемонстрировать умение представить решение задачи, показывающее логику проделанных размышлений.

Комплексное задание «Закупка окон» (2 задания)

Комплексное задание «Закупка окон» содержит два задания, отнесенных к разным областям содержания – *Пространство и формы* и *Количество*, т.к. в заданной ситуации в первом случае акцент сделан на геометрических аспектах, а во втором – на вычислительных и количественных. Контекст определен как *Образование/профессиональная деятельность*, поскольку в сюжете задана ситуация продажи фирмой окон для различных зданий.

Описание содержит помимо текста чертежи окон трех видов – треугольное, прямоугольное и в форме трапеции, а также таблицу, содержащую информацию о цене одного квадратного метра для окна каждого вида.

В задании 1 два высказывания, требующих произвести сравнение геометрических величин: в первом случае – разностное сравнение стоимостей квадратного метра треугольного и прямоугольного окон, во втором – сравнение площадей окна в форме трапеции и окна в форме треугольника, для чего можно воспользоваться формулами. Однако, если в первом случае придется выполнять вычисления, то во втором можно

заметить, что большая сторона трапеции ровно в 2 раза больше стороны треугольника, а высота трапеции больше высоты треугольника, и с помощью воображения «увидеть», что если на трапецию уложить три треугольника, то останутся незанятые фрагменты. Это существенно упростит выполнение задания, поскольку обоснования давать не требуется.

Задание 2 – расчетная задача на проценты, в ней требуется вычислить, какую сумму надо заплатить за покупку 20 прямоугольных окон с учётом скидки, которая зависит от общей стоимости заказа и может составлять 5 % или 10 %. Здесь потребуется: 1) определить площадь одного окна, 2) выразить ее в квадратных метрах, 3) вычислить стоимость одного окна, 4) вычислить стоимость 20 окон, а затем 5) вычислить итоговую стоимость заказа уже с учетом величины скидки. Это довольно традиционная задача на подсчет стоимости, поэтому вид деятельности – *применять*. С учетом многошаговости (следовательно, необходимости выстраивать последовательность действий), разнообразия вычислений (в том числе площади и процентов, что увеличивает вероятность появления вычислительных ошибок) и необходимости проверки выполнения определенного условия, задание отнесено к *среднему уровню* сложности.

ХАРАКТЕРИСТИКИ И СИСТЕМА ОЦЕНИВАНИЯ

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ

6 класс

ЧАСТЬ 1

Комплексное задание «Акция в магазине» (3 задания).

Акция в магазине. Задание 1.

Характеристики задания

- Содержательная область: количество
- Компетентностная область: применять
- Контекст: личная жизнь
- Уровень сложности: низкий
- Формат ответа: развернутый ответ
- Объекты оценки: сопоставлять информацию, представленную в тексте и на рисунке; использовать зависимость величин для ответа на поставленный вопрос

Система оценивания

Код	Содержание критерия
1	Дан верный ответ 430 р. и приведено решение, подтверждающее полученный ответ. <i>Возможное решение:</i> $50 \cdot 3 + 140 \cdot 2 = 430 \text{ р.}$
0	Дан неверный ответ.

Акция в магазине. Задание 2.

Характеристики задания

- Содержательная область: количество
- Компетентностная область: интерпретировать/ формулировать
- Контекст: личная жизнь
- Уровень сложности: средний
- Формат ответа: развернутый ответ
- Объект оценки: использовать зависимость величин для ответа на поставленный вопрос

Система оценивания

Код	Содержание критерия
2	Дан верный ответ 32 р. и приведено полное объяснение, подтвержденное числовыми данными <i>Возможное объяснение:</i> 1) она заплатила 96 р. за 2 йогурта, а по акции получила 3. Значит, $96 : 3 = 32 \text{ р.}$ 2) по акции 3 штуки дают, если заплатить за 2. Значит, $48 \times 2 : 3 = 32 \text{ (р.)}$
1	Дан верный ответ, а объяснение неполное, но в нем нет неверных рассуждений, или объяснение отсутствует.
0	Другие ответы.

Акция в магазине. Задание 3.

Характеристики задания

- Содержательная область: количество
- Компетентностная область: формулировать
- Контекст: личная жизнь
- Уровень сложности: высокий
- Формат ответа: развёрнутый ответ
- Объект оценки: использовать зависимость величин для ответа на поставленный вопрос, выделять и учитывать в ходе рассуждений все условия, планировать ход решения, включающего оценку результата вычислений (округлять результат по недостатку по смыслу ситуации)

Система оценивания

Код	Содержание критерия
2	<p>Дан верный ответ 9 штук и приведено объяснение, из которого ясно, что покупать йогурты по акции можно только парами и при этом за каждую оплаченную пару получать не 2, а 3 штуки</p> <p><i>Возможное объяснение:</i></p> <p>1) По акции можно покупать только парами: $48 \times 2 = 96$ р., $300 : 96 \approx 3,1$ раз, это означает, что за эти деньги можно оплатить 3 раза за 2 штуки, а по акции можно взять 3 раза по 3 штуки. Всего: $3 \times 3 = 9$ штук</p> <p>2) $48 \times 2 = 96$ р., $300 : 96 = 3,125$; 3,125 раз по 2 штуки, а взять $3 \times 3 = 9$ шт.</p> <p>3) $300 : (48 \times 2) \approx 3$ раза, $3 \times 3 = 9$ шт.</p> <p>4) 96 (оплата 2 штук за 3 штуки по акции) $\cdot 3 = 288$ р. $300 - 288 = 12$ р. < 48, значит, $3 \cdot 3 = 9$ (штук)</p>
1	<p>Дан верный ответ, а объяснение неполное, но ход решения верный, не содержит неверных рассуждений или подходов (при этом должно быть явно показано, что по акции покупать можно только парами), возможна незначительная вычислительная ошибка, при которой будет получен неверный ответ.</p>
0	<p>Другие ответы.</p>

Комплексное задание 2 «Многоугольники» (3 задания).

Многоугольники. Задание 1.

Характеристики задания

- Содержательная область: пространство и форма
- Компетентностная область: рассуждать /формулировать
- Контекст: научная деятельность
- Уровень сложности: средний
- Формат ответа: развернутый ответ
- Объект оценки: использовать понятие периметра многоугольника и свойства прямоугольника для ответа на поставленный вопрос

Система оценивания

Код	Содержание критерия
2	Дан верный ответ «неверно» и в объяснении говорится, что Иван справился с заданием, потому что периметр его фигуры равен $28 \text{ см} < 30 \text{ см}$, Анна не справилась, так как периметр её фигуры равен 30 см , а надо меньше 30 см .
1	Дан верный ответ и объясняется что-то одно: либо почему Иван справился с заданием, либо почему Анна не справилась, ИЛИ дан ответ «верно» и говорится, что Иван и Анна справились с заданием, при этом объяснение неполное относительно вывода о фигуре Ивана, а вывод и объяснение относительно фигуры Анны неверные.
0	Другие варианты.

Многоугольники. Задание 2.

Характеристики задания

- Содержательная область: пространство и форма
- Компетентностная область: формулировать
- Контекст: научная деятельность
- Уровень сложности: средний
- Формат ответа: множественный выбор (верно, неверно)
- Объект оценки: находить площадь многоугольника, проверять истинность утверждения в практической (математической) ситуации

Система оценивания

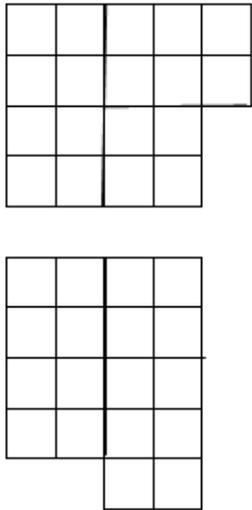
Код	Содержание критерия
2	Верно, неверно, верно (именно в таком порядке).
1	Даны два любых верных ответа из трех
0	Другие варианты.

Многоугольники. Задание 3.

Характеристики задания

- Содержательная область: пространство и форма
- Компетентностная область: применять
- Контекст: научная деятельность
- Уровень сложности: высокий
- Формат ответа: развёрнутый ответ (рисунок)
- Объект оценки: конструировать из данных прямоугольников фигуру, имеющую заданное свойство (значение периметра)

Система оценивания

Код	Содержание критерия
2	<p>Приведен чертеж, на котором изображена фигура, составленная из трех данных фигур и имеющая периметр, равный 18 см. <i>Варианты ответа</i></p> 
1	Приведен чертеж, на котором изображена фигура, составленная из трех данных фигур, но ее периметр не равен 18 см
0	Другие варианты.

Комплексное задание «Неделя математики» (3 задания).

Неделя математики. Задание 1.

Характеристики задания

- Содержательная область: количество
- Компетентностная область: применять
- Контекст: общественная жизнь
- Уровень сложности: средний
- Формат ответа: развернутый ответ
- Объект оценки: извлекать данные из разных частей задания, переводить единицы длины и выполнять действия с единицами длины

Система оценивания

Код	Содержание критерия
2	<p>Дан верный ответ можно (да, и т.п.) и приведено объяснение или вычисления, которые подтверждают данный ответ.</p> <p><i>Возможное объяснение:</i></p> <p>1) Размеры доски – 17дм x 11 дм. Ширина одной доски 1,7 м, четырех – 6,8 м; $6,8 \text{ м} < 7,5 \text{ м}$.</p> <p>2) $17 \times 4 = 68 \text{ дм} = 6,8 \text{ м}$, $6,8 \text{ м} < 7,5 \text{ м}$.</p> <p>3) $7,5 \text{ м} = 75 \text{ дм}$; $75 : 17 = 4,4 \text{ раз}$, $4,4 > 4$</p>
1	<p>Ход решения верный, перевод единиц измерения (метров в дециметры и обратно) выполнен верно, но допущена случайная вычислительная ошибка, например, $1,7 \times 4 = 7,8$ или $75 : 17 = 3,4$</p>
0	<p>Дан верный ответ, а объяснение отсутствует; например, «максимум можно вместить 4 доски». Другие варианты ответа.</p>

Неделя математики. Задание 2.

Характеристики задания

- Содержательная область: пространство и форма
- Компетентностная область: интерпретировать
- Контекст: научная деятельность
- Уровень сложности: низкий
- Формат ответа: краткий ответ (буква)
- Объект оценки: применять понятие «развёртка куба», учитывать условия задания (клетка передвигной доски имеет длину 1 дм)

Система оценивания

Код	Содержание критерия
1	Выбран ответ «Б»
0	Другие ответы.

Неделя математики. Задание 3.

Характеристики задания

- Содержательная область: пространство и форма
- Компетентностная область: рассуждать
- Контекст: научная деятельность
- Уровень сложности: средний
- Формат ответа: развёрнутый ответ
- Объект оценки: применять представление об объеме куба, переводить единицы длины

Система оценивания

Код	Содержание критерия
2	<p>Дан верный ответ (100 м) и приведены рассуждения, подтверждающие данный ответ.</p> <p><i>Возможное объяснение:</i></p> <p>1) Куб будет разделен на $10 \times 10 \times 10 = 1000$ кубиков со стороной 1 дм. Если их выложить в ряд вплоты друг к другу, то его длина будет равна 1000 дм или 100 м.</p> <p>2) $1 \text{ м} = 10 \text{ дм}$, 1 слой – это $10 \times 10 = 100$ кубиков, каждый длиной 1 дм, таких слоев 10, значит, всего кубиков $100 \times 10 = 1000$, каждый длиной 1 дм. $1 \text{ дм} \times 1000 = 1000 \text{ дм} = 100 \text{ м}$</p>
1	Дан верный ответ, а объяснение неполное, но в нем нет неверных подходов к получению ответа
0	Другие ответы.

Комплексное задание «Калорийность питания» (3 задания).

Калорийность питания. Задание 1.

Характеристики задания

- Содержательная область: количество
- Компетентностная область: применять
- Контекст: личная жизнь
- Уровень сложности: низкий
- Формат ответа: краткий ответ
- Объект оценки: извлекать информацию из текста для ответа на поставленный вопрос

Система оценивания

Код	Содержание критерия
1	в 1,12 раза ($2800 : 2500 = 1,12$) ИЛИ $1\frac{3}{25}$
0	Ответ $\frac{28}{25}$. Другие варианты ответа.

Калорийность питания. Задание 2.

Характеристики задания

- Содержательная область: изменение и зависимости/ неопределенность и данные
- Компетентностная область: применять
- Контекст: личная жизнь
- Уровень сложности: средний
- Формат ответа: развёрнутый ответ
- Объект оценки: использовать прямо пропорциональную зависимость величин, читать и извлекать информацию из текста и таблицы

Система оценивания

Код	Содержание критерия
2	<p>Дан верный ответ 256,2 ккал и приведено объяснение, в котором явно показан один из способов использования прямой пропорциональности величин для получения промежуточных ответов.</p> <p><i>Возможное объяснение:</i></p> <p>1) Яблоко – 100 г – 48 ккал., 200 г – $48 \times 2 = 96$ ккал., Хлеб – 100 г – 246 ккал, 20 г – $246 : 100 \times 20 = 49,2$ ккал. Сыр – 100 г – 370 ккал., 30 г – $370 : 100 \times 30 = 111$ ккал <i>Всего: 256,2 ккал.</i></p> <p>2) $200 : 100 = 2$, $48 \times 2 = 96$ ккал. $100 : 20 = 5$; $246 : 5 = 49,2$ ккал. $\frac{370 \cdot 30}{100} = 111$ ккал. <i>Всего: $96 + 49,2 + 111 = 256,2$ ккал</i></p>
1	<p>Дан верный ответ и приведено неполное объяснение, но в нем нет неверных подходов к получению промежуточных ответов ИЛИ в вычислениях допущена случайная вычислительная ошибка, которая привела к получению неверного числового ответа.</p>
0	<p>Другие ответы.</p>

Калорийность питания. Задание 3.

Характеристики задания

- Содержательная область: изменение и зависимости/ неопределенность и данные
- Компетентностная область: применять
- Контекст: личная жизнь
- Уровень сложности: средний
- Формат ответа: развёрнутый ответ
- Объект оценки: читать и извлекать информацию из таблицы, изображать данные таблицы на столбчатой диаграмме

Система оценивания

Код	Содержание критерия								
2	<p>Построена столбчатая диаграмма, на вертикальной оси выбрана целесообразная шкала и диаграмма имеет рациональную высоту, на диаграмме построены в любом порядке 3 столбца, изображающие калорийность трёх самых калорийных продуктов, и с учетом шкалы на вертикальной оси их высота соответствует значениям калорийности этих продуктов, указанным в таблице, под каждым столбцом записано название соответствующего продукта (сахар, сыр, зефир).</p> <p><i>Возможный вид диаграммы:</i></p> <p>На диаграмме построены 3 столбца, высота которых соответствует масштабу, выбранному на вертикальной оси, и значениям следующих данных: 380 – сахар, 370 – сыр, 295 – зефир, расположенных на диаграмме в любом порядке. Под каждым столбцом сделана запись соответствующего продукта. В данном задании указана точка с координатой (290), тогда 1 деление на оси целесообразно выбрать равным 10, и деления на оси будут такие: 290, 300, 310, 320 и т.д.</p>								
	 <table border="1"> <caption>Калорийность продуктов</caption> <thead> <tr> <th>Продукт</th> <th>Калорийность (в ккал.)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>зефир</td> <td>295</td> </tr> <tr> <td>сыр</td> <td>370</td> </tr> <tr> <td>сахар</td> <td>380</td> </tr> </tbody> </table>	Продукт	Калорийность (в ккал.)	зефир	295	сыр	370	сахар	380
Продукт	Калорийность (в ккал.)								
зефир	295								
сыр	370								
сахар	380								
1	<p>Построена столбчатая диаграмма, на вертикальной оси выбран <u>нецелесообразный</u> масштаб и диаграмма имеет <u>нерациональную</u> высоту, ИЛИ высота <u>одного</u> из столбцов не соответствует шкале, ИЛИ на диаграмме построены в любом порядке 3 столбца, изображающие калорийность трех продуктов (не всех тех, которые должны быть</p>								

	(сахар, сыр, зефир))
0	Ошибки из-за того, что начало в точке 290, поэтому ошибаются при выборе делений 370 и 380. Другие ответы.

ХАРАКТЕРИСТИКИ И СИСТЕМА ОЦЕНИВАНИЯ

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ

7 класс

ЧАСТЬ 3

Комплексное задание «Шкалы температур» (2 задания).

Шкалы температур. Задание 1.

Характеристики задания

- Содержательная область: изменение и зависимости.
- Компетентностная область: применять
- Контекст: образовательный
- Уровень сложности: низкий
- Формат ответа: задание с кратким ответом.
- Объект оценки: работа с формулами (использование формул при переводе значений температур из одной шкалы в другую)

Система оценивания

Код	Содержание критерия
1	Ответ: 50°F Дан верный ответ.
0	Дан неверный ответ или ответ отсутствует.

Шкалы температур. Задание 2.

Характеристики задания

- Содержательная область: изменение и зависимости.
- Компетентностная область: интерпретировать
- Контекст: образовательный
- Уровень сложности: средний
- Формат ответа: задание с несколькими краткими ответами (отдельные поля для ответов)
- Объект оценки: работа с формулами (использование формул при переводе значений температур из одной шкалы в другую)

Система оценивания

Код	Содержание критерия
2	Ответ: А) 37°C или 37,8°C или 38°C; Б) повышенная. Оба ответа даны верно.
1	Дан верный ответ на вопрос А. Ответ на вопрос Б отсутствует или дан неверно.
0	Другие ответы. Ответ отсутствует.

Комплексное задание 2 «Ремонт комнаты» (2 задания).

Ремонт комнаты. Задание 1.

Характеристики задания

- Содержательная область: пространство и форма
- Компетентностная область: формулировать.
- Контекст: личный.
- Уровень сложности: средний.
- Формат ответа: задание с несколькими краткими ответами (отдельные поля для ответов)
- Объект оценки: составление фигуры из заданных элементов с учётом их линейных размеров.

Система оценивания

Код	Содержание критерия
2	Ответ: А) 3; Б) 6 м; В) 18 м. (Если наименования отсутствуют, ответ принимается.) Даны 3 верных ответа.
1	Даны верные ответы на любые два вопроса, на один из вопросов ответ неверный или отсутствует.
0	Другие варианты или ответ отсутствует.

Ремонт комнаты. Задание 2.

Характеристики задания

- Содержательная область: пространство и форма
- Компетентностная область: применять.
- Контекст: личный.
- Уровень сложности: высокий.
- Формат ответа: задание с развернутым ответом (в виде текста, рисунка или и рисунка, и текста)
- Объект оценки: вычисление площади фигуры сложной формы, использование свойства аддитивности площади

Система оценивания

Код	Содержание критерия
2	Ответ: $0,86 \text{ (м}^2\text{)}$; Пример возможного решения: 1) $2 \times 2 = 4 \text{ (м}^2\text{)}$; 2) $3,14 \times 4 : 4 = 3,14 \text{ (м}^2\text{)}$; 3) $4 - 3,14 = 0,86 \text{ (м}^2\text{)}$. Или дано любое аналогичное решение. Дан верный ответ и приведено верное решение.
1	Дан верный ответ ($0,86 \text{ м}^2$) без пояснения; ИЛИ в логически верном решении допущена арифметическая ошибка, в результате которой дан неверный ответ; ИЛИ дан ответ $1 \text{ (м}^2\text{)}$ и логически верное решение, где π округлено до 3.
0	Другие варианты. Ответ отсутствует.

Комплексное задание «Частота пульса при физической нагрузке» (2 задания).

Частота пульса при физической нагрузке. Задание 1.

Характеристики задания

- Содержательная область: изменение и зависимости
- Компетентностная область: формулировать.
- Контекст: личный
- Уровень сложности: низкий.
- Формат ответа: задание с кратким ответом
- Объект оценки: математическое описание зависимости в буквенном виде (составление формулы)

Система оценивания

Код	Содержание критерия
1	Ответ: $M = 220 - N$ Дан верный ответ.
0	Другие варианты ответа. Ответ отсутствует.

Частота пульса при физической нагрузке. Задание 2.

Характеристики задания

- Содержательная область: изменение и зависимости
- Компетентностная область: применять.
- Контекст: личный.
- Уровень сложности: средний.
- Формат ответа: задание с кратким ответом
- Объект оценки: вычисление процентов в реальной ситуации

Система оценивания

Код	Содержание критерия
2	Ответ: от 80 до 96 ударов в минуту Верно указаны оба значения.
1	Верно указано только одно из чисел (либо 80, либо 96), второе число отсутствует или дано неверно. Или даны числа: 110 и 132.
0	Другие ответы. Ответ отсутствует.

Комплексное задание «Московский метрополитен» (2 задания).

Московский метрополитен. Задание 1.

Характеристики задания

- Содержательная область: неопределенность и данные
- Компетентностная область: применять.
- Контекст: общественный.
- Уровень сложности: средний.
- Формат ответа: задание с развернутым ответом (в виде текста, рисунка или и рисунка, и текста)
- Объект оценки: реальные расчёты с извлечением данных из таблицы и текста, вычисления с рациональными числами.

Система оценивания

Код	Содержание критерия
2	Ответ: 706 р. Решение: $40 \cdot 55 - 1494 = 706$ р. Дан верный ответ и приведено верное решение.
1	Данные выбраны верно: 40, 55, 1494, логика решения верна, в вычислениях допущена арифметическая ошибка.
0	Другие варианты ответа. Ответ отсутствует.

Московский метрополитен. Задание 2.

Характеристики задания

- Содержательная область: количество
- Компетентностная область: интерпретировать.
- Контекст: общественный.
- Уровень сложности: высокий.
- Формат ответа: задание с кратким ответом
- Объект оценки: вычисления с рациональными числами, выбор результата.

Система оценивания

Код	Содержание критерия
2	Ответ: 28 Дан верный ответ.
1	Дан ответ: 27, т.к. округление приведено по правилу, а не по смыслу.
0	Другие ответы. Ответ отсутствует.

Комплексное задание «Акции и скидки» (2 задания).

Акции и скидки. Задание 1.

Характеристики задания

- Содержательная область: изменение и зависимости.
- Компетентностная область: формулировать.
- Контекст: личный.
- Уровень сложности: низкий.
- Формат ответа: задание с несколькими краткими ответами (отдельные поля для ответов).
- Объект оценки: математическое описание зависимости в буквенном виде (выражение, формула).

Система оценивания

Код	Содержание критерия
1	Ответ: А) 10, Б) Nn . Даны верные ответы на оба вопроса.
0	Другие варианты ответа. Ответ отсутствует.

Акции и скидки. Задание 2.

Характеристики задания

- Содержательная область: количество.
- Компетентностная область: интерпретировать.
- Контекст: личный.
- Уровень сложности: средний.
- Формат ответа: задание с развернутым ответом (в виде текста, рисунка или и рисунка, и текста)
- Объект оценки: составление числового выражения и вычисление процентов.

Система оценивания

Код	Содержание критерия
2	<p>Ответ: «ДА». Пример возможного решения: $8,2 + 6,8 \times 0,1 = 8,88$ (тыс. р.); 10 тыс. р. $> 8,88$ тыс. р.;</p> <p>ИЛИ такое решение: $10,0 - (8,2 + 6,8 \times 0,1) = 1,12$ (тыс. р.) у них останется. Или другие верные решения, например, по действиям: 1) $10000 - 8200 = 1800$ (р.) - сдача, оставшаяся со второго товара. 2) 6800 р. -100%, 680 р. $- 10\%$ - стоимость первого товара со скидкой 3) $1800 - 680 = 1120$ (р.) - сдача за два товара. Дан ответ «ДА» и приведено верное решение.</p>
1	<p>Дан ответ «ДА», логика решения верна, но в вычислениях допущена арифметическая ошибка (не в вычислении процентов).</p> <p>Примеры частичного ответа: Не учтено условие, какой товар считается вторым в чеке. Например, 1) $8,2 - (8,2 / 100 * 90) = 0,82$ (тыс.р.) (второй товар); 2) $6,8 + 0,82 = 7,62$ (тыс.р.).</p> <p>ИЛИ: неверная трактовка фразы «скидка 90%», приведено решение и дан ответ: 1) $6,8 * 0,9 = 6,12$ (тыс.р.) - цена товара со скидкой 2) $6,12 + 8,2 = 14,32$ (тыс.р.) - потратят всего 3) $14,32$ больше 10 Ответ: мальчикам денег не хватит</p>
0	Другие варианты ответа. Ответ отсутствует.

Комплексное задание «Конструкция строительной фермы» (2 задания).

Конструкция строительной фермы. Задание 1.

Характеристики задания

- Содержательная область: пространство и форма.
- Компетентностная область: применять.
- Контекст: образовательный.
- Уровень сложности: средний.
- Формат ответа: задание с несколькими краткими ответами (отдельные поля для ответов).
- Объект оценки: свойства треугольника: зависимость между сторонами и углами, между сторонами.

Система оценивания

Код	Содержание критерия
2	Ответ: Угол 1 – 30° , Угол 2 – 60° , Угол 3 – 60° Величины всех трёх углов указаны верно.
1	Указаны верно величины любых 2-х из 3-х углов.
0	Другие варианты ответа. Ответ отсутствует.

Конструкция строительной фермы. Задание 2.

Характеристики задания

- Содержательная область: пространство и форма.
- Компетентностная область: применять.
- Контекст: образовательный.
- Уровень сложности: повышенный.
- Формат ответа: задание с кратким ответом и пояснением к нему.
- Объект оценки: свойства треугольника: зависимость между сторонами и углами, между сторонами.

Система оценивания

Код	Содержание критерия
2	Ответ: 4 м. Пример возможного обоснования: Треугольник ABC – прямоугольный, AC – гипотенуза; катет AB лежит против угла в 30° и равен половине гипотенузы. Следовательно, $AC = 2AB$; $AC = 4$ м. Дан верный ответ, приведено верное обоснование.
1	Ответ дан верно, обоснование неполное, например, нет указания на то, что треугольник ABC – прямоугольный с углом в 30° , или что именно AB – катет, лежащий против угла в 30° . ИЛИ: дан ответ с решением, где применяется неверная терминология понятий (вместо гипотенузы говорится о биссектрисе). ИЛИ: не используются данные на рисунке обозначения.
0	Другие варианты ответа. Ответ отсутствует.

Комплексное задание «Экскурсия по заповеднику» (2 задания).

Экскурсия по заповеднику. Задание 1.

Характеристики задания

- Содержательная область: изменение и зависимости.
- Компетентностная область: применять.
- Контекст: общественный.
- Уровень сложности: средний.
- Формат ответа: задание с выбором нескольких верных ответов.
- Объект оценки: читать реальные графики.

Система оценивания

Код	Содержание критерия
2	Ответ: 2 и 6. Выбраны ответы: 2 и 6, другие ответы не выбраны.
1	Выбран один из ответов: ответ 2 или ответ 6, а также один из ответов: 1, 3, 4, 5, ИЛИ: выбраны оба ответа: 2 и 6, и один из ответов: 1, 3, 4, 5.
0	Другие ответы. Ответ отсутствует.

Экскурсия по заповеднику. Задание 2.

Характеристики задания

- Содержательная область: изменение и зависимости.
- Компетентностная область: интерпретировать.
- Контекст: общественный.
- Уровень сложности: повышенный.
- Формат ответа: задание с несколькими краткими ответами (отдельные поля для ответов).
- Объект оценки: читать реальные графики.

Система оценивания

Код	Содержание критерия
1	Ответ: А) В; Б) 2, 4, 6 (все три числа в любом порядке). Оба ответа даны верно.
0	Другие варианты. Ответ отсутствует.

Комплексное задание «Предпраздничная распродажа» (2 задания).

Предпраздничная распродажа. Задание 1.

Характеристики задания

- Содержательная область: количество.
- Компетентностная область: применять.
- Контекст: личный.
- Уровень сложности: повышенный.
- Формат ответа: задание с развернутым ответом (в виде текста, рисунка или и рисунка, и текста)
- Объект оценки: вычисление процентов.

Система оценивания

Код	Содержание критерия
2	<p>Ответ: магазин «Спринт» (или: в первом магазине); Приведено обоснование, в котором говорится об имеющихся вычисленных скидках в двух магазинах или о вычисленной разнице в складках. Например такое: скидка в магазине «Спринт» - $(2500+1200+700) \times 0,1 = 440$ (р.), а в магазине «Спурт» - $120 + 140 = 260$ (р.); $440 \text{ р.} > 260 \text{ р.}$ Дан верный ответ и приведено верное решение.</p>
1	<p>Дан неверный ответ и приведено обоснование, из которого следует, что не выполнено условие «товары в чеке располагаются в порядке уменьшения их стоимости»: скидка в магазине «Спурт» подсчитана из условия «в порядке увеличения стоимости»: $120 + 500 = 620$ (р.). Или же дан ответ верный «Спринт», логика вычислений верная, но присутствует одна вычислительная ошибка.</p>
0	Другие варианты ответа. Ответ отсутствует.

Предпраздничная распродажа. Задание 2.

Характеристики задания

- Содержательная область: количество.
- Компетентностная область: рассуждать.
- Контекст: личный.
- Уровень сложности: высокий.
- Формат ответа: задание с выбором нескольких ответов.
- Объект оценки: вычисление процентов.

Система оценивания

Код	Содержание критерия
2	<p>Ответ: Неверно-Неверно-Верно. Все ответы выбраны верно.</p>
1	Выбраны ответы: Верно-Неверно-Верно или Неверно-Верно-Верно.
0	Другие варианты. Ответ отсутствует.

КОММЕНТАРИИ

к открытому банку заданий
для формирования функциональной грамотности

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ

8 класс

ЧАСТЬ 1

Комплексное задание «Пособие на ребенка» (2 задания).

Успешность выполнения этих двух заданий существенно зависит не только от предметных знаний учащихся, но и от владения стратегиями смыслового чтения, то есть метапредметных умений. К ним также следует отнести и такие виды деятельности, как:

- удержание в процессе решения задачи всех условий, необходимых для ее решения, контроль соблюдения ограничений при нахождении решения и интерпретация полученного результата;
- работа с информацией, представленной в различной форме (текст, таблица).

Кроме того, успешность зависит и от сформированности познавательных универсальных учебных действий логического и алгоритмического характера и общих приемов решения задач.

Оба задания ситуации относятся к области содержания «Количество», этот материал чаще всего изучается в 5-х – 6-х классах: выполнять вычисления с натуральными числами, сравнивать натуральные числа (задание 2), интерпретировать полученную в результате вычислений десятичную дробь, сравнивать ее с натуральным числом (задание 1). Из прочих умений используются: читать и интерпретировать данные таблицы; составлять высказывания, излагать решение в письменной форме.

Когнитивная деятельность характеризуется применением навыков выполнения алгоритмических предписаний (задание 1) и использования рассуждений для построения требуемого примера (задание 2).

Первое задание относится к заданиям **среднего уровня** математической грамотности, т.к. представлена конкретная, четко заданная ситуация, в задании два источника информации (вставку в рамке, содержащую информацию нормативного характера с алгоритмом подсчета, можно считать отдельным источником), информация двух видов – текстовая и числовая, часть из которой представлена в таблице. Для ответа на вопрос надо следовать четко

описанному алгоритму, взяв конкретную информацию из таблицы и из текста вне таблицы, и записать решение, отражающее выполнение этих шагов алгоритма.

Второе задание относится к заданиям **повышенного уровня** математической грамотности, т.к. ученику необходимо самостоятельно сконструировать пример, построенный на отрицании описанной ситуации (привести пример, при каких доходах семья НЕ будет иметь право на льготу). При этом требуется продемонстрировать четкое понимание ограничений ситуации, сохранить ее реалистичность, проявить числовую интуицию.

Комплексное задание «Пропорции лица» (2 задания).

Комплексное задание «Пропорции лица» формулируется вне предметной математической области, оно описывает реальную ситуацию, типичную для людей, которым необходимо приобрести очки для зрения.

При выполнении двух заданий учащимся нужно уметь:

- выбирать необходимую информацию из текста и применять ее в заданной ситуации;
- распознавать фигуры, обладающие осевой симметрией;
- находить высоту в равностороннем треугольнике, зная длины его сторон;
- оценивать полученный результат.

Вводный текст к заданиям включает информацию двух видов: *текстовую* и *графическую*.

Текстовая часть необходима для понимания понятия, которое важно для рассматриваемой ситуации (знать особенности симметричных пропорций лица). Графическая часть содержит информацию для выполнения двух заданий.

В задании 1 от ученика требуется вычислить длину межзрачкового расстояния, полученную в результате сложения двух одинаковых значений ширины человеческого глаза.

В задании 2 необходимо вычислить расстояние от линии глаз до точки середины края нижней губы (нахождение высоты равностороннего треугольника). Для этого учащемуся нужно применить теорему Пифагора (нахождение длины катета в прямоугольном треугольнике), а также использовать метод оценки при извлечении квадратного корня из числа.

Анализ неверных ответов учащихся показывает, что:

- они плохо распознают фигуры, обладающие осевой симметрией;
- большинство восьмиклассников забывают перевести расстояние из одной единицы измерения в другую (из сантиметров в миллиметры);
- очень многие допускают ошибки при вычислении высоты в равностороннем треугольнике;
- не все видят необходимость применения теоремы Пифагора при нахождении длины катета в прямоугольном треугольнике;
- плохо используют метод оценки при извлечении квадратного корня из числа.

Задание 1 выявляет учащихся, математическая грамотность которых отвечает **низкому уровню**: эти школьники могут работать с элементарными ситуациями («считывать» информацию из текста и рисунков), применять простые модели и стандартные методы решения (применять понятие осевой симметрии для решения математически сформулированной проблемы – вычисление межзрачкового расстояния), делать прямые выводы (идеальное расстояние между внутренними углами глаз равно одной ширине глаза).

Задание 2 соответствует подготовке учащихся с **повышенным уровнем** математической грамотности: учащемуся задана комплексная конкретная

ситуация (вычислить расстояние от линии глаз до точки середины края нижней губы). При выполнении задания ученик должен:

- выполнить работу с четко определенной готовой моделью (равносторонний треугольник, полученный при соединении точек внешних углов глаз и точки середины края нижней губы человека);
- выбрать информацию из различных источников (вводная часть, рисунки, заданные критерии по расположению глаз и губ на эскизе лица в условии задания), связать между собой информацию, представленную в нескольких различных формах;
- выполнить ряд действий: вычислить длину стороны равностороннего треугольника – это расстояние между внешними углами глаз (10,5 см); найти середину стороны этого треугольника – определить, чему равно расстояние от внешнего угла глаза до середины линии, соединяющей точки внешних углов глаз (5,25 см); вычислить высоту равностороннего треугольника как длину катета прямоугольного треугольника – вычислить расстояние от линии глаз до точки середины края нижней губы:

$$(\sqrt{10,5^2 - 5,25^2} = \sqrt{5,25 \cdot 15,75} = \sqrt{82,6875});$$

- оценить различные соответствующие заданной модели стратегии решения (использовать метод оценки при извлечении квадратного корня из числа 82,6875 или его округленных значений, например, 83 или 82,7).

Для выполнения данного задания учащийся должен обладать способностью формулировать свои выводы, опираясь на выполненные действия (выбрать подходящий числовой промежуток, в котором находится значение вычисленного расстояния $\sqrt{82,6875}$, то есть $9 < \sqrt{82,6875} < 10$).

Работа с данной ситуацией может быть продолжена: учащиеся, которые знают свое межзрачковое расстояние, могут провести вычисления для этого значения и проверить, насколько пропорции их лица отвечают классическим.

Комплексное задание «Кресельные подъемники» (2 задания).

Комплексное задание «Кресельные подъемники» описывает реальную жизненную ситуацию, которая может возникнуть при использовании различных типов горнолыжных подъемников, предназначенных для подъема горнолыжников и сноубордистов вверх по склону горы к месту начала спуска.

Вводный текст к заданиям состоит из двух частей: текстовой и табличной.

Текстовая часть необходима для понимания основной темы и понятий, которые важны для данной ситуации (знать назначение и описание двух типов кресельных подъемников). Таблица содержит информацию для выполнения двух заданий: для успешного выполнения заданий учащимся необходимо уметь читать и интерпретировать данные, представленные в таблице.

В задании 1 два вопроса. Сначала ученику требуется определить, во сколько раз скорость спуска ребят больше скорости подъемника (она зависит от типа подъемника), а затем определить наибольшее число раз, когда ребята смогут воспользоваться подъемником в заданном промежутке времени. Для ответа на данные вопросы необходимо использовать табличные данные (время подъема до места начала спуска соответствующего подъемника) и данные из условия задания (время спуска ребят с горы).

В задании 2 требуется определить, верным или неверным является каждое из представленных утверждений.

Задание 1 относится к заданиям **среднего уровня** математической грамотности, т.к. учащимся предлагается ситуация на прямые вычисления:

- 1) в одно действие: деление времени подъема 4-местного кресельного подъемника до места начала спуска на время спуска ребят на лыжах с горы;
- 2) в три действия:
 - определение количества часов катания ребят (3 ч), учитывая заданные в условии временные рамки;
 - перевод из одних единиц измерения в другие (3 ч = 180 мин);

- деление найденного общего времени катания ребят на общее время подъема и спуска.

При вычислениях выполняются действия с целыми числами.

Задание 2 сложнее первого, оно соответствует подготовке учащихся с **высоким уровнем** математической грамотности. Здесь учащимся необходимо:

- воспользоваться информацией, полученной на основе анализа схемы движения кресельного подъемника;
- связать информацию из нескольких источников, представленную в различной форме (текстовые данные, структурированные данные в виде таблицы, схема движения кресельного подъемника), преобразовать ее.

Для выполнения данного задания учащимся необходимо разработать стратегию решения проблемы, что возможно только на основе хорошо сформированного математического мышления и умения проводить рассуждения, понять закономерность и дать интерпретацию предложенных утверждений.

Работа с ситуацией может быть продолжена учащимися и проведена с заменой следующих данных:

- длины имеющейся трассы;
- времени подъема до места начала спуска подъемника;
- графика работы подъемника;
- вместимости одного кресла подъемника;
- времени спуска ребят с горы на лыжах;
- количества кресел подъемника.

Также можно предложить учащимся построить график движения ребят, например, в течение получаса.

Можно добавить новые вопросы и ситуации, например, при которых Анна и Сергей катаются порознь. Например, когда внизу Сергей селся

в кресло № 1, наверху Анна вышла из кресла № 11. В тот момент, когда кресло Сергея поравнялось с креслом Анны, он заметил, что она оставила свою перчатку. Что произошло раньше: Сергей увидел забытую перчатку или Анна спустилась вниз? К составлению вопросов полезно привлечь учащихся.

Комплексное задание «Как быстро растет факториал?» (2 задания).

Комплексное задание относится к научному контексту и имеет научный познавательный интерес. С математической точки зрения в задании рассматривается пример нелинейного роста. В этом смысле задание соответствует одному из новых направлений в исследовании PISA-2021: явления роста. Кроме того, оно полезно и интересно тем, что здесь связываются понятия, которые рассматриваются в разных разделах курса математики: в комбинаторике и в алгебре.

При выполнении задания можно воспользоваться калькулятором или реализовать его выполнение с использованием электронной таблицы. Основа выполнения задания – верное заполнение таблицы, работа с которой и послужит ответу на поставленные вопросы. Здесь проверяются простейшие исследовательские навыки: умение создать базу для анализа, подметить закономерность, провести сравнение и интерпретацию результата, в том числе, выразив его в реальных величинах.

Особенность задания – работа с большими числами, что требует аккуратности и чувства числа.

Первое задание относится к **среднему уровню** математической грамотности, т.к. с одной стороны, каждое выполняемое действие является стандартной операцией с натуральными числами и относится к базовым умениям, вся работа сосредоточена в таблице, с другой стороны, имеется достаточно высокая степень формализации (формальные записи, сравнение двух нелинейных зависимостей: n^2 и $n!$).

Второе задание относится также к **среднему уровню** математической грамотности, поскольку требуется перевод единиц времени и выполнение арифметических действий с большими числами.

**Комплексное задание «Первая линия московского метро»
(2 задания).**

Комплексное задание «Первая линия московского метро» можно отнести к информационно-познавательным, оно имеет историческую направленность, в нем представлены технические характеристики станций Сокольнической линии московского метрополитена. Кроме того, используя информацию о глубине заложения станций, можно ориентировочно рассчитать время передвижения по эскалаторам.

Задание формулируется вне предметной математической области. В задании есть текстовая часть – фабульная, вводящая в ситуацию, необходимая для понимания основной темы и понятий, которые важны для данной ситуации (эта информация при выполнении заданий непосредственно не используются), и табличная часть, содержащая информацию, которая и потребуется для выполнения двух заданий.

Оба вопроса относятся к одной области содержания – *неопределенность и данные* (раздел содержания курса математики – описательная статистика), к одному контексту – *общественная жизнь* (объект – один из видов городского транспорта), к одному виду когнитивной деятельности – *применять* (математические понятия и навыки из раздела, связанного с описательной статистикой – находить средние характеристики и строить диаграмму).

В первом задании учащимся необходимо использовать данные, представленные в таблице, для подсчета статистических характеристик этого набора: среднего арифметического, медианы и моды. При этом необходимо выполнить стандартные процедуры: применить правила вычисления среднего

арифметического и нахождения медианы набора данных; выполнить вычисления с рациональными числами; упорядочить числовые данные и сравнить число повторений.

Во втором задании необходимо выбрать информацию о четырех станциях из таблицы и построить точки по заданным координатам (номер станции и глубина ее заложения). В случае использования компьютера это осуществляется с помощью перемещения точки на экране с помощью мыши.

Первое задание относится к **низкому уровню** математической грамотности, т.к. учащимся предлагается задание на прямое применение стандартных методов на основе информации из единственного источника, представленной в единственной форме. При вычислениях выполняются действия с рациональными числами.

Второе задание относится к **недостаточному уровню** математической грамотности, т.к. в этом задании четко определена ситуация, в которой, следуя прямым указаниям, требуется выполнить простейшую стандартную процедуру построения точечной диаграммы. В условии имеются целые числа, но вычисления выполнять не требуется.

Комплексное задание «Уход за лошадьми» (2 задания).

Текстовая часть комплексного задания состоит из двух фрагментов, содержащих избыточный объем информации, а также информацию справочного характера о переводе величин. Для выполнения заданий требуется отобрать необходимую информацию, что зависит и от выбранного учащимся пути решения.

В первом задании есть два пути решения: 1) взять годовой запас овса и разделить на 365 дней в году и 3 приема пищи за один день; 2) взять норму одного приема пищи лошади и умножить на долю овса в рационе лошади, которую можно вычислить, используя состав годовой нормы. В любом случае

необходимо выполнять действия сначала с натуральными числами, результат будет выражаться десятичной дробью. При выборе любого из путей решения необходимо переводить центнеры в килограммы и округлять до заданного разряда (до десятых). Вид деятельности – применять.

Второе задание схоже по выполняемым действиям, но путь решения менее очевиден, задачу надо сформулировать, начав решение с вычисления суммы норм, приходящихся на группу лошадей. Информация, необходимая для ответа на вопрос, содержится и во вводной части комплексного задания, и в тексте второго задания. Особенность задания заключается также в необходимости округлять результат по смыслу ситуации – в большую сторону.

Исходя из этих особенностей первое задание отнесено к **низкому уровню** математической грамотности, второе задание – к **высокому уровню**.

Комплексное задание «Доставка обеда» (2 задания)

Комплексное задание «Доставка обеда» описывает реальную жизненную ситуацию, которая хорошо знакома ученику и понятна ему. В задании есть текстовая часть, вводящая в ситуацию, необходимая для понимания условий, которые важны для данной ситуации, и табличная часть, содержащая информацию, которая также потребуется для выполнения двух заданий.

Оба задания ситуации относятся к одной области содержания – *неопределенность и данные*, к одному контексту – *личная жизнь*, но к разным видам когнитивной деятельности – *формулировать* (задание 1) и *рассуждать* (задание 2).

Успешность выполнения этих двух заданий зависит от умения осуществлять реальные расчеты с извлечением данных из таблицы и текста, проводить вычисления с целыми числами (задание 1), использовать способ перебора вариантов с применением данных таблицы (задание 2).

Однако успешное выполнение данного комплексного задания существенно зависит не только от предметных знаний учащихся, но и от владения смысловым чтением, от умения удерживать все условия, необходимые для решения задачи, контролировать и соблюдать ограничения и интерпретировать полученный результат, работать с информацией, представленной в таблице.

Кроме того, успешность зависит и от сформированности познавательных универсальных учебных действий логического и алгоритмического характера и общих приемов решения задач.

Когнитивная деятельность характеризуется умением распознавать и определять возможности использования математики, принимать существующую ситуацию и преобразовывать ее в форму, которая может быть обработана математически, а также строить математическую модель, отображающую особенности описываемой ситуации (задание 1) и применением навыков использования рассуждений для построения требуемого примера (задание 2).

Задание 1 относится к заданиям **среднего уровня** математической грамотности, т.к. представлена конкретная, четко заданная ситуация, в задании два источника информации – текст и таблица, информация двух видов – текстовая и числовая, часть из которой представлена в таблице. Задание содержит проблемную ситуацию: определить наименьшую сумму денег, которую необходимо заплатить за заказ из трех блюд с учетом доставки. Очевидно, что для ответа на вопрос ученик должен провести анализ данных таблицы и условий из текста вне таблицы, построить математическую модель, соответствующую описываемой ситуации. Также ученики должны свободно владеть изученными математическими понятиями (наименьшее значение), понимать, при каком условии сумма будет наименьшей.

Задание 2 относится к заданиям **повышенного уровня** математической грамотности. При всей конкретности ситуации и прочих равных с заданием 1

условий, ученику необходимо воспользоваться способом перебора возможных вариантов с использованием данных таблицы и учетом условий из текстовой части задания (от 990 рублей – доставка бесплатно; Иван хочет заказать себе обед, состоящий из горячего блюда, салата и десерта).

Комплексное задание «Кулинарный колледж» (2 задания)

В условии комплексного задания «Кулинарный колледж» предложен сюжет из реальной жизни: изучение технологии приготовления пшенной каши в кулинарном колледже.

Для выполнения двух заданий учащимся необходимо уметь работать с отношениями пропорциональных величин, находить процент от числа и выполнять реальные расчеты с рациональными числами.

Процент – математическое понятие, которое часто встречается в повседневной жизни. Прикладное значение данной темы велико, т.к. затрагивает научную, экологическую, финансовую, демографическую, социологическую и другие стороны жизни в современном мире, поэтому понимание процентов и умение выполнять процентные вычисления необходимо каждому человеку в практической деятельности.

В задании 1 от ученика требуется определить количество порций готового блюда, которое можно приготовить из указанного количества продукта, используя заданные в условии задания отношения пропорциональных величин. Для получения ответа на вопрос ученику необходимо выполнить арифметические действия: умножение и деление целых чисел.

В задании 2, зная процентное соотношение компонентов в 1 кг готовой каши, требуется вычислить количество воды и молока в литрах, необходимое для приготовления заданного количества готовой каши. Для выполнения задания ученику нужно выполнить процентные расчеты.

Задание 1 относится к заданиям **низкого уровня**, поскольку в имеющейся ситуации все основные факторы представлены простейшими действиями:

- задана масса готовой каши, которое приходится на 1 порцию,
- задана масса готового блюда, получающегося из 1 кг крупы.

Чтобы определить количество порций каши, которое можно приготовить из предложенных компонентов, необходимо выполнить два арифметических действия:

- умножение двух целых чисел для вычисления количества готовой каши, которое получается из заданного количества пшена,
- деление целых чисел (один из способов решения задач при помощи пропорции).

Задание 2 также относится к заданиям **низкого уровня** математической грамотности, т.к. учащимся необходимо:

- извлечь информацию из единственного источника (условия задания) и использовать информацию, представленную в единственной форме (текст);
- выполнить действия умножения с рациональными числами, используя изученное правило нахождения процента от числа.

Работа с ситуацией может быть продолжена учащимися и проведена с заменых различных параметров:

- масса порции готового блюда;
- количества необходимой жидкости на 1 кг готовой каши;
- соотношения количества воды и молока;
- крупы или названия приготавливаемого блюда, описав его технологию приготовления аналогичным способом.